

## Académie 4 (séries L, ES, STMG, STI2D, STL et STD2A)

### Des écarts sur le trapèze

### Une rédaction possible

1. a) 6 est trapézien :

$$\begin{array}{ccc} 4 & 1 & 6 \\ 3 & & 5 \\ & 2 & \end{array}$$

b) 7 est trapézien

$$\begin{array}{cccc} 2 & 5 & 1 & 7 \\ & 3 & 4 & 6 \end{array}$$

c) 9 est trapézien

$$\begin{array}{cccccc} 9 & 8 & 2 & 7 & 4 \\ & 1 & 6 & 5 & 3 \end{array}$$

2. Le trapèze comporte alors au moins deux lignes

- sur deux lignes, il y a nécessairement un nombre impair de nombres, ce qui exclut le 4 et le 8
- sur trois lignes, il y a au minimum 6 nombres :  $1 + 2 + 3$ , 4 ne peut donc pas être trapézien.  
 $1 + 2 + 3 = 6$  et  $2 + 3 + 4 = 9$ , il n'est donc pas possible de placer 8 nombres sur un trapèze de hauteur 3
- sur quatre ligne, il y a au minimum 10 nombres :  $1 + 2 + 3 + 4$ , 8 ne peut donc pas être trapézien.

3. Si N est trapézien alors  $N = L + L-1 + \dots + L-H+1 = HL - (1 + 2 + \dots + H-1)$

$$\text{d'où } N = HL - (H-1)H/2 = H(L - (H-1)/2)$$

Rappel : la somme des entiers de 1 à  $k$  est  $1+2+\dots+k = \frac{k(k+1)}{2}$ .

1. Justifier que les puissances de 2 ne sont pas trapéziens.
2. Démontrer que tout nombre impair supérieur ou égal à 3 est trapézien (on pourra considérer un trapèze de hauteur 2 et y placer les entiers pairs en bas).