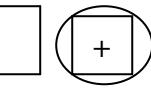


Titre : Nombres et calcul : la soustraction

Programmes	<p>La soustraction :</p> <ul style="list-style-type: none"> - L'entraînement quotidien au calcul mental portant sur les quatre opérations favorise une appropriation des nombres et de leurs propriétés. - La maîtrise d'une technique opératoire pour chacune des quatre opérations est indispensable. <p>Compétences à acquérir en fin de cycle 3 :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Utiliser les techniques opératoires des quatre opérations sur les nombres - Calculer mentalement en utilisant les quatre opérations 					
	CE2	CM1	CM2			
Difficultés provenant des liens avec le vocabulaire courant ou des idées préalables des élèves	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td data-bbox="367 600 724 1205" style="width: 33%; vertical-align: top;"> <ul style="list-style-type: none"> - Calculer mentalement des différences. - Effectuer un calcul posé : soustraction. - Organiser ses calculs pour trouver un résultat par calcul mental, posé ou à l'aide de la calculatrice, - Résoudre des problèmes relevant des quatre opérations. </td> <td data-bbox="724 600 1059 1205" style="width: 33%; vertical-align: top;"> <ul style="list-style-type: none"> - Consolider les connaissances et capacités en calcul mental sur les nombres entiers, - Estimer mentalement un ordre de grandeur du résultat, - Effectuer un calcul posé : soustraction de deux nombres décimaux, - Résoudre des problèmes engageant une démarche à une ou plusieurs étapes. </td> <td data-bbox="1059 600 1506 1205" style="width: 33%; vertical-align: top;"> <ul style="list-style-type: none"> - Consolider les connaissances et capacités en calcul mental sur les nombres entiers et décimaux, Effectuer un calcul posé : <ul style="list-style-type: none"> - soustraction de deux nombres décimaux, - Résoudre des problèmes de plus en plus complexes. </td> </tr> </table>			<ul style="list-style-type: none"> - Calculer mentalement des différences. - Effectuer un calcul posé : soustraction. - Organiser ses calculs pour trouver un résultat par calcul mental, posé ou à l'aide de la calculatrice, - Résoudre des problèmes relevant des quatre opérations. 	<ul style="list-style-type: none"> - Consolider les connaissances et capacités en calcul mental sur les nombres entiers, - Estimer mentalement un ordre de grandeur du résultat, - Effectuer un calcul posé : soustraction de deux nombres décimaux, - Résoudre des problèmes engageant une démarche à une ou plusieurs étapes. 	<ul style="list-style-type: none"> - Consolider les connaissances et capacités en calcul mental sur les nombres entiers et décimaux, Effectuer un calcul posé : <ul style="list-style-type: none"> - soustraction de deux nombres décimaux, - Résoudre des problèmes de plus en plus complexes.
	<ul style="list-style-type: none"> - Calculer mentalement des différences. - Effectuer un calcul posé : soustraction. - Organiser ses calculs pour trouver un résultat par calcul mental, posé ou à l'aide de la calculatrice, - Résoudre des problèmes relevant des quatre opérations. 	<ul style="list-style-type: none"> - Consolider les connaissances et capacités en calcul mental sur les nombres entiers, - Estimer mentalement un ordre de grandeur du résultat, - Effectuer un calcul posé : soustraction de deux nombres décimaux, - Résoudre des problèmes engageant une démarche à une ou plusieurs étapes. 	<ul style="list-style-type: none"> - Consolider les connaissances et capacités en calcul mental sur les nombres entiers et décimaux, Effectuer un calcul posé : <ul style="list-style-type: none"> - soustraction de deux nombres décimaux, - Résoudre des problèmes de plus en plus complexes. 			
<p>L'apprentissage d'une technique usuelle de soustraction est plus difficile que celui de l'addition pour plusieurs raisons :</p> <ul style="list-style-type: none"> – il existe plusieurs techniques possibles dont les fondements ne reposent pas sur les mêmes principes ni, par conséquent, sur les mêmes connaissances. – les connaissances qui permettent de justifier ces techniques sont plus nombreuses et plus complexes que dans le cas de l'addition. – les différences ou les compléments élémentaires (relevant des tables) sont souvent moins disponibles que les sommes. – une difficulté supplémentaire apparaît dans le cas des nombres décimaux lorsque la partie décimale du premier terme comporte moins de chiffres que celle du second. <p>L'erreur la plus fréquente reste celle qui consiste à soustraire pour chaque chiffre « le plus petit du plus grand ».</p> <p>Les échecs augmentent dans le cas des décimaux dont les parties décimales ne sont pas de même longueur : $7,24 - 4,3$</p>						

<p>Quelques écueils à éviter lors des observations et des manipulations</p>	<p>Comme pour l'addition, il est important de ne pas dissocier dans le temps l'étude des cas « sans retenue » des cas « avec retenue », afin de ne pas générer l'idée qu'un traitement séparé des chiffres de même valeur suffit toujours.</p> <p>Au cycle 3, il est important de proposer en ligne des soustractions de plus de deux nombres, par exemple $125 - 17 - 25 - 56$. Ce calcul ne peut se conclure en une seule étape (même « en étages ») et génère plusieurs procédures :</p> <ul style="list-style-type: none"> – soit trois calculs successifs de différences, ce qui s'écrit en mathématiques $[(125 - 17) - 25] - 56$ – soit deux calculs seulement : une somme suivie d'une différence, ce qui s'écrit en mathématiques $125 - (17 + 25 + 56)$. <p>L'équivalence des deux procédures (et l'égalité des deux écritures) n'est pas immédiate et demande à être pointée, en sachant que la justification peut présenter des difficultés pour certains élèves.</p>																																				
<p>Connaissances pour les élèves.</p>	<p>Utiliser la technique opératoire de la soustraction -Soustraction de nombres entiers et décimaux. Calculer mentalement des différences</p>																																				
<p>Connaissances pour l'enseignant.</p>	<p>Trois techniques pratiquées</p> <p>Le choix de l'une de ces techniques par l'enseignant suppose une conscience claire des justifications qui sous-tendent chacune d'elles de façon à adapter les étapes de l'apprentissage. Le calcul s'effectue toujours de droite à gauche. Les trois techniques sont expliquées sur l'exemple : 753 – 85.</p> <p>Technique reposant sur une autre écriture du premier terme (emprunt à la dizaine supérieure)</p> <p>De 3 unités, on ne peut pas soustraire 5 unités. On transforme donc 1 dizaine en 10 unités. On considère maintenant 4 dizaines et 13 unités. On peut alors soustraire 5 unités de 13 unités ; résultat : 8 unités. Le même processus est repris pour soustraire 8 dizaines...</p> <table border="1" data-bbox="383 1198 678 1355"> <tr><td></td><td>6</td><td>14</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>7</td><td>5</td><td>13</td></tr> <tr><td>-</td><td></td><td>8</td><td>5</td></tr> <tr><td></td><td>6</td><td>6</td><td>8</td></tr> </table> <p>Cette technique est la plus simple à comprendre, car elle est fondée sur la seule connaissance des principes de la numération décimale, élaborée dès le CP. Elle est en vigueur dans certains pays, mais présente l'inconvénient de nombreuses surcharges pour des calculs du type $4\ 003 - 1\ 897$.</p> <p>Technique reposant l'équivalence entre soustraction et recherche de complément</p> <p>Le calcul de $753 - 85 = \dots$ est équivalent à celui de $85 + \dots = 753$. C'est donc le calcul de cette addition lacunaire qui va être réalisé. Le seul nombre à un chiffre qui, ajouté à 5, donne un résultat terminé par 3 est 8 (table d'addition) : $5 + 8 = 13$. On retrouve le « 3 » des unités et il faut écrire « 1 » comme retenue au rang des dizaines. L'addition lacunaire se poursuit au rang des dizaines : que faut-il ajouter à 9 ($8 + 1$) pour obtenir un nombre dont le chiffre des unités est 5 ? Réponse : 6, car $9 + 6 = 15$, avec retenue de « 1 » au rang des centaines...</p> <table border="1" data-bbox="383 1859 829 2004"> <tr><td></td><td>7</td><td>5</td><td>3</td><td></td></tr> <tr><td>-</td><td></td><td>8</td><td>5</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td>1</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>6</td><td>6</td><td>8</td><td></td></tr> </table> 		6	14			7	5	13	-		8	5		6	6	8		7	5	3		-		8	5			1	1				6	6	8	
	6	14																																			
	7	5	13																																		
-		8	5																																		
	6	6	8																																		
	7	5	3																																		
-		8	5																																		
	1	1																																			
	6	6	8																																		

Cette technique présente l'avantage de n'être qu'une adaptation d'une technique connue (celle de l'addition), mais elle nécessite la compréhension de l'équivalence entre soustraction et recherche de complément qui reste encore difficile au début du cycle 3 pour certains élèves.

Technique reposant sur l'invariance d'une différence par ajout simultané d'un même nombre aux deux termes de la soustraction
(Technique sociale/usuelle)

De 3 unités, on ne peut pas soustraire 5 unités.

On choisit d'ajouter 10 unités au premier terme et de considérer 13 unités. Pour ne pas changer la différence, il faut aussi ajouter 10 unités au deuxième nombre : on le fait sous la forme d'1 dizaine. Etc.

À signaler : il y a ajout simultané des 10 unités et de la dizaine (puis de 10 dizaines et d'une centaine). On ne peut donc pas parler de retenue.

	7	15	13
-		8	5
	1	1	
	6	6	8

Cette technique fait également appel aux équivalences liées à la numération décimale, entre 10 unités et 1 dizaine, etc. Elle semble être la plus usuelle en France. Pourtant, il s'agit de la plus difficile, parce qu'elle repose sur une propriété que les élèves maîtrisent tardivement et qui peut être formalisée par: $a - b = (a + c) - (b + c)$; cette formalisation n'est évidemment pas à proposer aux élèves.

Le choix de l'une des techniques conditionne les étapes de l'apprentissage, dans la mesure où les connaissances et les compétences préalables que doivent maîtriser les élèves varient d'une technique à l'autre. Les seules connaissances communes concernent les équivalences entre unités, dizaines, centaines... et une maîtrise suffisante des résultats des tables d'addition (compléments et différences).

Si le choix se porte sur la première technique, la mise en place peut commencer plus tôt que pour les deux autres techniques qui nécessitent un travail préparatoire plus important et plus difficile.

Une difficulté particulière apparaît pour le calcul de différences comme $703,2 - 87,56$: elle se traduit souvent par le fait que des élèves écrivent « 6 » au rang des centièmes dans le résultat. Pour conduire correctement le calcul, il est nécessaire de considérer que l'absence de chiffre des centièmes dans 703,2 peut aussi être traduite par la « présence » de 0 à partir de l'égalité $703,2 = 703,20$.

Le but visé est d'amener les élèves à prendre conscience que la soustraction des décimaux fonctionne comme celle des entiers, moyennant un alignement (en colonne) des chiffres des unités ; le tableau de numération peut constituer un référent utile, à condition qu'il ne devienne progressivement qu'évoqué.

**Réinvestissements,
notions liées**

- Numération décimale, échanges
- Addition lacunaire
- Invariance d'une différence par ajout simultané d'un même nombre aux deux termes de la soustraction
- Connaissance des tables d'addition