Ressources pédagogiques pour l'enseignement des Mathématiques en série STD2A

Le cube des couleurs

Thème

Couleurs en infographie.

Situation d'accroche

Comment fonctionne le cube colorimétrique en infographie ?

Domaines

Repérage dans l'espace
Section d'un solide simple par un plan
Perspective parallèle

Compétences

Analyser des objets de l'espace

Capacités

Connaître les propriétés usuelles de la perspective parallèle

Outils

Le vidéoprojecteur est ici indispensable tant pour la qualité du rendu des couleurs que pour les possibilités d'animation.

On pourra consulter cette page pour découvrir l'applet java permettant de dessiner le cube des couleurs : http://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~decauwer/sections/ColorCube.html

L'applet java peut être téléchargé afin d'être exécuté sans accès Internet :
http://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~decauwer/sections/colorcube.jar

Déroulement de la séance

La séance peut être conduite avec un vidéoprojecteur en classe entière, en dialogue avec la classe.

Auteur

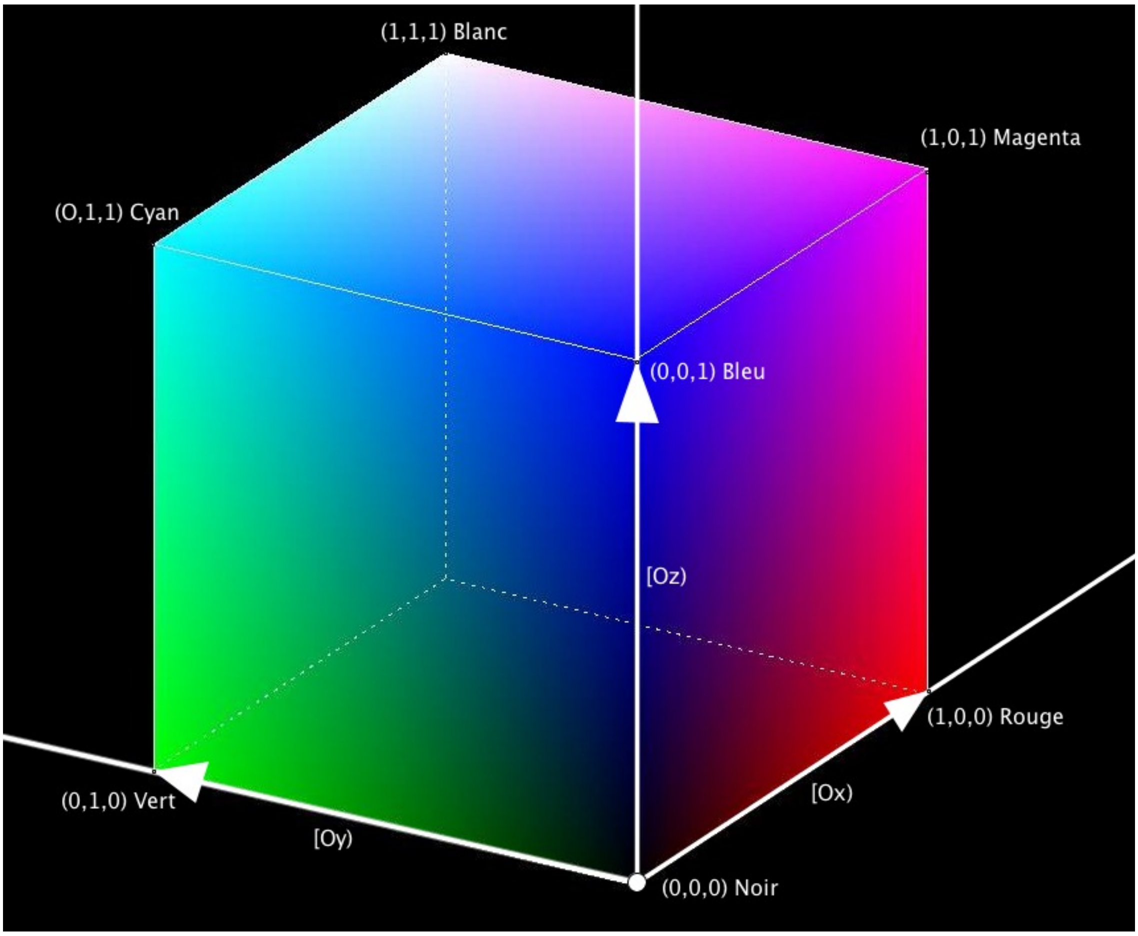
Ludovic Degraeve

Le cube des couleurs

1. Introduction

Les couleurs sur un écran d'ordinateur s'obtiennent par addition de trois couleurs primaires, le rouge, le vert et le bleu. Une couleur est donc codée comme une suite de trois nombres R, V, B (en anglais RGB) indiquant l'intensité de ces trois couleurs. Le modèle RVB propose de coder sur un octet chaque composante de couleur, ce qui correspond à 256 intensités de rouge (de 0 à 255), 256 intensités de vert et 256 intensités de bleu, soient 16777216 possibilités théoriques de couleurs différentes, c'est-à-dire plus que ne peut en discerner l'œil humain (environ 2 millions). En divisant par 255, chaque intensité lumineuse varie donc entre 0% et 100%.

On peut donc représenter chacune de ces couleurs comme un point d'un cube de l'espace de dimension trois en considérant un repère orthonormé dont les trois axes R, V, B représentent les intensités de rouge, de vert et de bleu.



L'origine représente ainsi le noir (R=V=B=0) et le point opposé (R=V=B=1 en prenant 1 comme intensité maximale) le blanc.

Les trois sommets (1,0,0), (0,1,0) et (0,0,1) représentent les trois couleurs de base (rouge, vert, bleu) et les trois sommets opposés, (0,1,1), (1,0,1) et (1,1,0), le cyan, le magenta et le jaune.

La grande diagonale de ce cube joignant le noir et le blanc est l'axe achromatique, i.e. l'axe des gris[1].

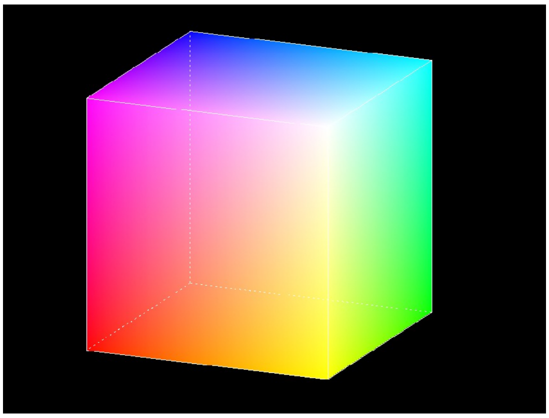
1 Le sommet (1,1,0) correspondant à la couleur jaune est ici caché.

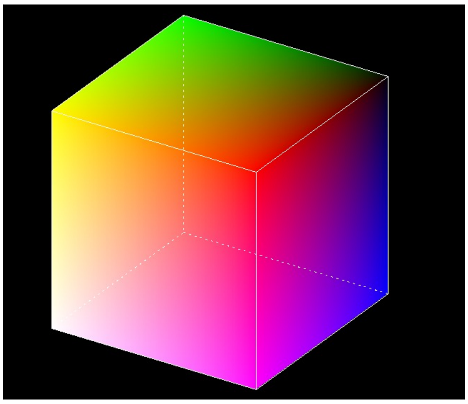
2. Étude du cube des couleurs

Étape 1

Voici deux autres vues du cube des couleurs.

Retrouver et tracer le repère (origine et axes) en identifiant certaines des couleurs.

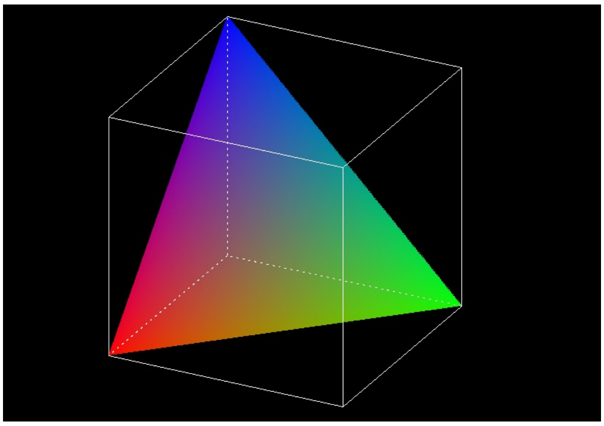




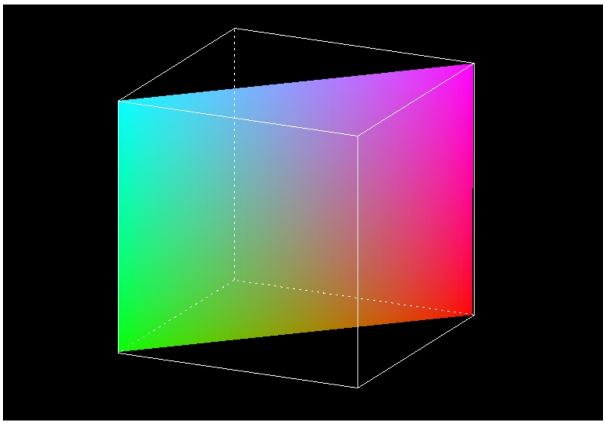
Étape 2

Voici plusieurs sections planes du cube des couleurs. Les sommets de chacune des sections sont soit des sommets du cube, soit des milieux d'arêtes.

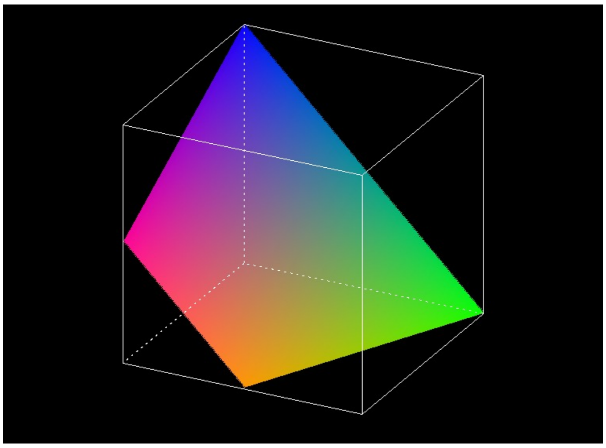
section 1



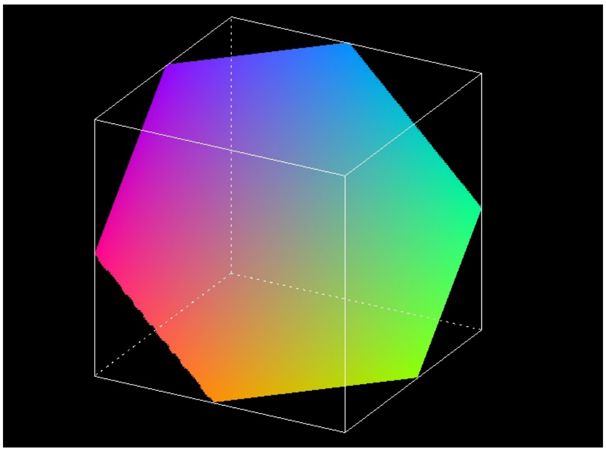
section 2



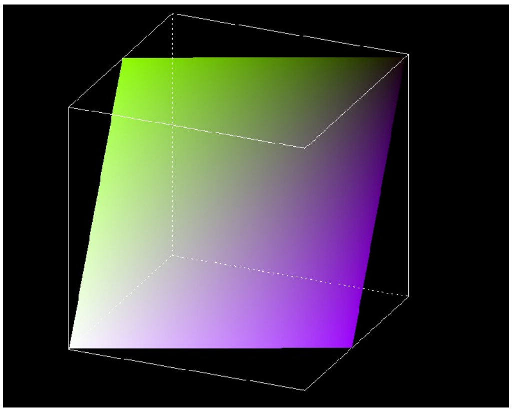
section 3



section 4



section 5



a) Déterminer dans chaque cas la nature de la section obtenue.

On pourra, au préalable, au travers d'un devoir maison par exemple, revoir différentes sections d'un cube par un plan. Cela peut être aussi l'occasion de consolider les connaissances en géométrie repérée de l'espace (calcul de distances, ...).

Ce travail d'identification peut aussi amener l'élève à chercher « où est passé » le repère initial, donc à replacer les trois axes.

b) Équations de plan

Un plan de l'espace est parfaitement défini par trois points A, B et C non alignés. On admet que les coordonnées de tous les points d'un plan vérifient la même relation.

Par exemple, le plan (P) défini par les trois points A(0,0,1) B(0,1,0) et C(1,0,0) admet pour équation

$$x + y + z = 1.$$

Pour le vérifier, il suffit de tester avec les coordonnées des 3 points A, B et C.
En effet, les points A, B et C ne sont pas alignés, et de plus :

$xA + yA + yC = 0 + 0 + 1 = 1$ *(la somme des coordonnées du point A vaut 1)*
$xB + yB + zB = 0 + 1 + 0 = 1$ *(la somme des coordonnées du point B vaut 1)*
$xC + yC + zC = 0+ 0 + 1 = 1$ *(la somme des coordonnées du point C vaut 1)*

On est donc sûr que la somme des trois coordonnées de ***n'importe quel point*** *du plan (P) vaut toujours 1.*

Voici six équations de plan :

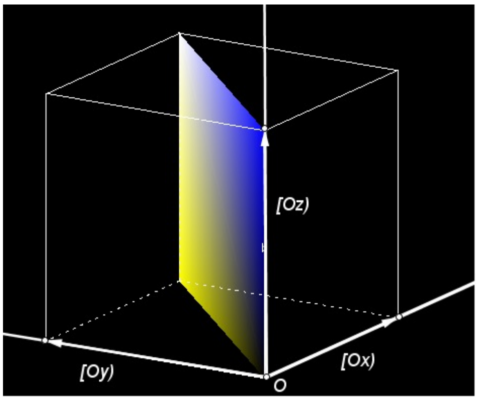
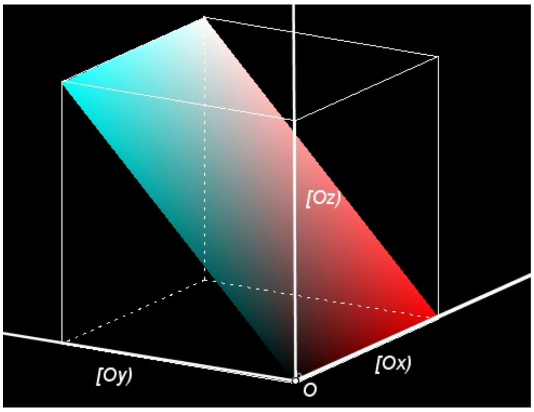
(P1) $x + y - 2z = 0$ (P2) $x + 2y + 2z = 2$ (P3) $x + y = 1$

(P4) $2x + 2y + 2z = 3$ (P5) $x + y + z = 1$ (P6) $2x - y - z = 0$

Retrouver pour chacune des sections précédentes l'équation de plan qui lui correspond.

On pourra déterminer les coordonnées de certains points en identifiant leur couleur.
On conclut qu'un plan a généralement pour équation ax+by+cz=d, où a, b, c, d sont quatre réels fixés.

c) Intersections de plans, axe achromatique

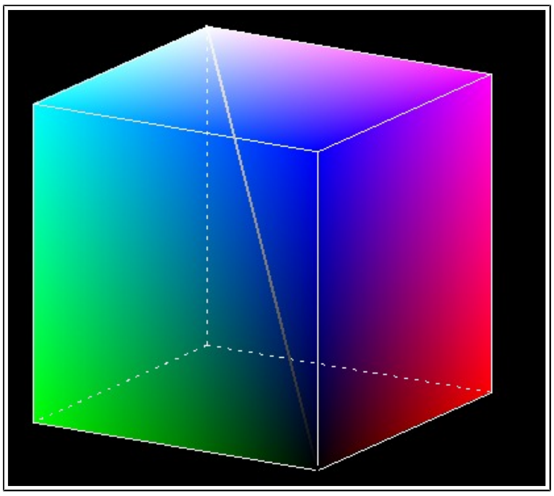
(i). Déterminer une équation de ce plan	(ii). Déterminer une équation de ce plan
	

iii. Justifier que ces deux plans sont sécants en une droite D.

iv. Tracer D sur le cube des couleurs.

v. Justifier que les coordonnées des points M(x;y;z) appartenant à la droite D vérifient x=y et y=z.

d) Remarques



La droite D matérialise l'axe des gris (axe achromatique) : c'est la grande diagonale du cube des couleurs joignant le blanc au noir.

On pourra faire le lien avec les activités « Photo et tableur » et « Nuances de gris ».

La section 1 s'appelle également triangle de Maxwell, ou triangle des couleurs.

Elle est orthogonale à l'axe achromatique (on pourra le vérifier analytiquement à l'aide du produit scalaire dans l'espace).