

Socle commun de connaissances et de compétences

Collège

Principaux éléments de mathématiques

- Banque de problèmes -

Ce document peut être utilisé librement dans le cadre des activités de l'enseignement scolaire, de la formation des professeurs et de l'organisation des examens.

Toute reproduction, même partielle, à d'autres fins ou dans une nouvelle publication, est soumise à l'autorisation du directeur général de l'Enseignement scolaire.

Septembre 2009

Banque de problèmes pour le collège

On trouvera dans les pages qui suivent une sélection de problèmes pour lesquels les questions posées laissent les élèves libres de leurs procédures.

Ces exercices, de difficultés variées, sont essentiellement à proposer en cours de formation et permettent d'évaluer l'acquisition progressive de compétences du socle, en particulier, celles relatives à la résolution de problèmes.

Il n'est pas nécessaire qu'une question soit totalement réussie pour que des compétences du socle puissent être validées. Pour cela les écrits intermédiaires, les réussites partielles, les échanges oraux seront largement valorisés.

En ce qui concerne, les modalités de mise en œuvre, un temps de recherche individuelle est indispensable, même dans le cadre d'un travail de groupe. Au cours de ce premier temps, le professeur peut être amené à apporter quelques aides mais il peut également valider des compétences repérées à cette occasion comme, par exemple, savoir rechercher, extraire et organiser l'information utile.

Les questions sont, au départ, aussi ouvertes que possible.

Les professeurs doivent alors :

- anticiper les aides éventuelles pour ne pas « tuer la tâche ».
- garder à l'esprit lors de l'observation du travail ou des échanges oraux qu'il est possible (et même souhaitable) de repérer les compétences mises en œuvre, même si la solution proposée n'est pas totalement exacte ou fait appel à des démarches personnelles non encore expertes.

Certains de ces exercices sont à proposer tout au long de l'année pour faire évoluer les représentations des élèves (par exemple, en sixième, le n°9 pour les ordres de grandeur ou, en troisième, le n°10 et le n°15 pour les pourcentages). Tout au long de la formation, ils peuvent servir de support à une évaluation qui évolue du diagnostique au sommatif.

Cette banque n'est pas exhaustive, tant du point de vue des compétences et des champs couverts que des niveaux de classe.

Sommaire

Exercice 1	<i>Cycle central</i>	3
Exercice 2	<i>Cycle central</i>	5
Exercice 3	<i>Cycle central ou 3'</i>	7
Exercice 4	<i>Cycle central</i>	9
Exercice 5	<i>Cycle central</i>	11
Exercice 6	<i>Fin de 4'</i>	13
Exercice 7	<i>Fin de 4'</i>	15
Exercice 8	<i>Fin de 3'</i>	17
Exercice 9	<i>Fin de 6'</i>	18
Exercice 10	<i>Fin de 3'</i>	19
Exercice 11	<i>Fin de 3'</i>	21
Exercice 12	<i>Fin de 3'</i>	24
Exercice 13	<i>Fin de sixième</i>	25
Exercice 14	<i>Fin cycle central</i>	26
Exercice 15	<i>Fin cycle central</i>	27
Exercice 16	<i>Fin de cinquième</i>	28
Exercice 16 bis	<i>Variante au niveau 3'</i>	29
Exercice 17	<i>Fin de troisième</i>	31
Exercice 18	<i>Fin de troisième</i>	32
Exercice 19	<i>Fin de troisième</i>	33
Exercice 20	<i>Fin de cinquième</i>	35

Exercice 1

Cycle central

Connaissances	Capacités	Attitudes
<ul style="list-style-type: none">• Les fractions : ordonner, encadrer.• Les quatre opérations et leur sens.	<ul style="list-style-type: none">• Saisir quand une situation de la vie courante se prête à un traitement mathématique, mettre en œuvre un raisonnement.• Comparer, additionner des nombres en écriture fractionnaire.• Contrôler un résultat.	<ul style="list-style-type: none">• Sens de l'observation.• Curiosité pour la découverte des causes des phénomènes naturels.

Voici la règle des douzièmes pour les marées : ¹

« En France , la mer ne monte pas à vitesse constante pendant les six heures de marée montante. Elle monte de $1/12$ la première heure, de $2/12$ la deuxième heure, de $3/12$ la troisième heure, de $3/12$ la quatrième heure, de $2/12$ la cinquième heure et de $1/12$ la sixième heure. Et c'est la même chose à marée descendante. »

On convient d'appeler *hauteur de la marée* l'écart entre le niveau de la mer à marée basse et le niveau de la mer à marée haute.

On est actuellement à marée basse.

1. Au bout de combien d'heures, la mer sera-t-elle montée d'un quart de *la hauteur de la marée* ?
2. Au bout de combien d'heures, la mer sera-t-elle montée de la moitié de *la hauteur de la marée* ?
3. Au cours de quelle heure le tiers de *la hauteur de la marée* sera-t-il atteint ?

¹ source IFREMER, station biologique de Roscoff, service Hydrographique de la marine

Modalités de mise en oeuvre

Travail en classe, éventuellement en groupe.

Commentaires

Cet exercice, dont le contexte peut ne pas être familier aux élèves, prend appui sur une situation qui permet de travailler sur l'utilisation de fractions. Il peut être proposé en 5^e dans la mesure où les fractions ont le même dénominateur.

Après la recherche individuelle, une phase d'échanges sur la compréhension de l'énoncé permet à l'ensemble de la classe de bien appréhender la situation et d'élaborer des stratégies. En cas de difficulté, une aide possible est le recours à un segment gradué en douzième pour visualiser la hauteur atteinte par la marée.

Remarque : la prise d'informations sur la compétence liée aux quatre opérations et leur sens est réduite au minimum.

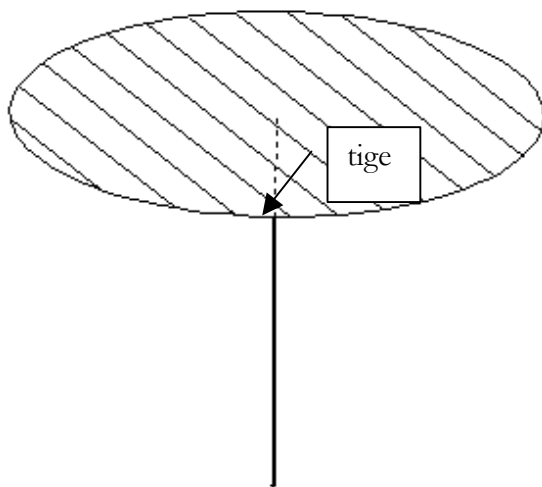
Exercice 2

Cycle central

Connaissances	Capacités	Attitudes
<ul style="list-style-type: none"> Propriétés géométriques élémentaires des figures planes : médiatrice, cercle, triangle rectangle. Interpréter une représentation plane d'un objet de l'espace. 	<ul style="list-style-type: none"> Identifier un problème, proposer une méthode de résolution. Effectuer des constructions simples. Manipuler des outils. Utiliser les théorèmes de géométrie plane. S'exprimer à l'oral. 	<ul style="list-style-type: none"> Rigueur et précision. Goût du raisonnement fondé sur des arguments dont la validité est à prouver. Curiosité, créativité.

Disque de métal

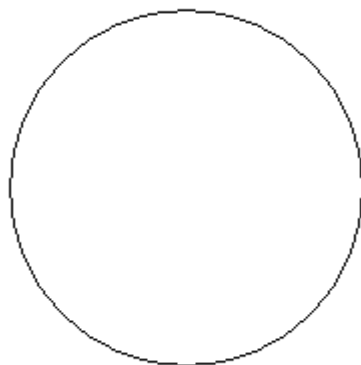
On souhaite fixer une tige verticale au centre d'un disque de métal (voir le dessin ci-contre).



Pour cela on a besoin de connaître la position du centre du disque.

Un disque étant donné comment déterminer la position de son centre ?

Construire le centre O du cercle dessiné ci-contre.



Garder les traces des constructions faites et des procédures utilisées.

Modalités de mise en œuvre

Travail en classe, individuellement ou en groupe.

Commentaires

Cet exercice peut être proposé à partir de la 5^e en travail de groupes, il est propice à des échanges autour des différentes stratégies de construction qu'il est possible de mettre en œuvre.

Toute procédure est à considérer, essais et vérifications par exemple, et l'imprécision à accepter. Au-delà des exigences du socle, il sera possible de faire expliciter puis justifier une procédure plus experte dans un travail oral puis écrit.

Cet exercice peut permettre de marquer la différence entre procédures expertes et procédures expérimentales du type « en faisant glisser la règle, j'ai pris le plus grand écart entre deux points du cercle et j'ai pris le milieu ». Cet élève ne justifie pas réellement sa construction mais a compris, en acte, que les diamètres sont les plus grandes cordes et que le centre est le milieu de ces diamètres et a donc acquis des compétences relatives à la connaissance du cercle. Pour cet élève, la confrontation à d'autres méthodes de résolution telles que le recours à la médiatrice sera provoquée.

Exercice 3

Cycle central ou 3^e

Connaissances	Capacités	Attitude
<ul style="list-style-type: none"> • Calcul de la valeur d'une expression pour différentes valeurs des variables. • Les quatre opérations et leur sens. 	<ul style="list-style-type: none"> • Saisir quand une situation de la vie courante se prête à un traitement mathématique, mettre en œuvre une méthode. • Utiliser et construire des tableaux. • Effectuer des calculs. • Utiliser des outils (formules). • S'approprier un environnement informatique de travail. • Raisonner, argumenter. • Recenser et organiser les informations pour les utiliser, exploiter des données. 	<ul style="list-style-type: none"> • Esprit critique

La meilleure voiture (d'après PISA)

Une revue automobile utilise un système de notation pour évaluer les nouvelles voitures et décerner le label « voiture de l'année » à la voiture dont la note globale est la plus élevée.

Cinquante nouvelles voitures viennent d'être évaluées et les notes qu'elles ont obtenues figurent dans un tableau dont un extrait figure ci-dessous.

Ouvrir le fichier « Notes » pour retrouver la totalité du tableau.

	A	B	C	D	E	F
	Voitures	Dispositifs de sécurité (S)	Consommation de carburant (C)	Esthétique de la carrosserie (E)	Equipements intérieurs (T)	Note globale
1						
2	Ca	3	1	2	3	
3	F4	2	2	2	2	
4	Ob	2	3	1	2	
5	R6	3	2	3	1	
6	T3	1	3	3	3	

Les notes s'interprètent comme suit :

3 points = Excellent

2 points = Bon

1 point = Moyen

Pour calculer la note globale de chaque voiture cette revue automobile a choisi la formule suivante :

$$\text{Note globale} = (3 \times S) + (2 \times C) + E + T$$

1. En utilisant un tableur, déterminer la meilleure voiture pour cette revue.

2. Proposer une autre formule qui mettrait la voiture T3 en tête.

Modalités de mise en œuvre

Travail en salle informatique, ce qui n'exclut pas de commencer par du calcul mental sur les premières lignes.

Commentaires

Un fichier tableur est mis à la disposition des élèves.

Cet exercice mêle calcul de la valeur d'une expression littérale pour différentes valeurs des variables et utilisation du tableur ; ce travail se fait en salle informatique en 5^e, 4^e ou 3^e.

Le codage utilisé pour la désignation des voitures peut être source de difficultés (le nom d'une voiture peut être confondu avec la désignation d'une case du tableur).

En 5^e, si le choix est fait de proposer la formule donnant la note globale sous la forme $3S + 2C + E + T$ alors la difficulté liée à l'absence des parenthèses et des signes \times doit être anticipée.

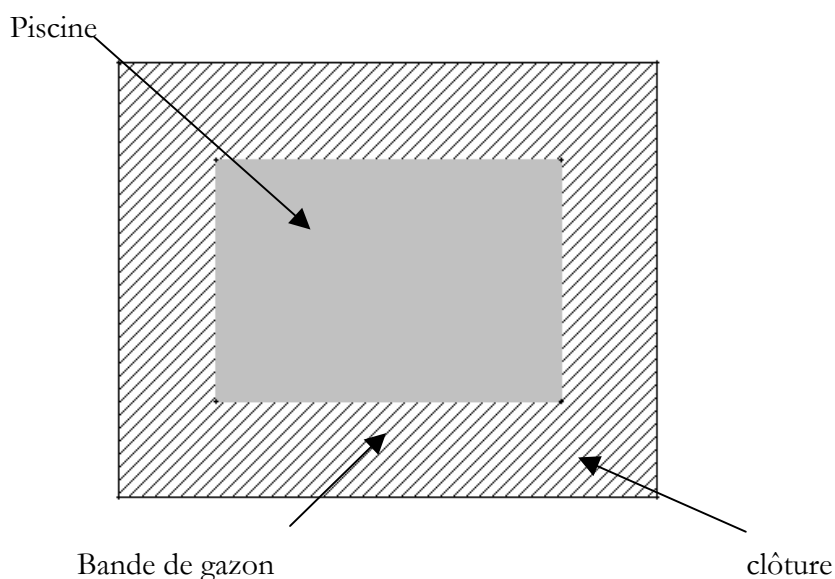
L'élève est amené à raisonner pour faire le travail demandé mais la prise d'informations sur la compétence « savoir argumenter » est réduite au minimum.

On peut ici encore repérer des compétences chez l'élève qui sait « recopier vers le bas » une formule pour la répéter même si la formule a été mal entrée.

Exercice 4

Cycle central

Connaissances	Capacités	Attitudes
<ul style="list-style-type: none">• Calculer une longueur.• Éléments de calcul littéral simple (premier degré).	<ul style="list-style-type: none">• Saisir quand une situation de la vie courante se prête à un traitement mathématique, s'engager dans un calcul.• Choisir l'opération qui convient au traitement de la situation étudiée.• Contrôler un résultat.• Se repérer dans l'espace : utiliser un schéma.	<ul style="list-style-type: none">• Rigueur et précision.• Sens de l'observation.



Une piscine de forme rectangulaire est entourée par une bande de gazon.
Cette piscine a pour largeur 5 mètres et pour longueur 12 mètres.
La bande de gazon a toujours la même largeur.
On souhaite mettre une clôture autour de la bande de gazon.

- 1) La largeur de la bande de gazon est 2,5 mètres. Calculer, dans ce cas, la longueur de la clôture.
- 2) La clôture s'achète en rouleaux de 10 mètres de longueur. Quelle doit être la largeur de la bande de gazon si on souhaite utiliser en totalité les six rouleaux pour la clôture ?

Modalités de mise en oeuvre

Calculatrices ou tableurs peuvent être utilisés.

Commentaires

Cet exercice est à proposer en travail individuel. Lors de la mise en commun de la résolution de la première question, la stratégie utilisée doit être explicitée de façon à préparer la recherche pour la deuxième question plus complexe.

Suivant le niveau (cinquième ou quatrième), différentes stratégies peuvent apparaître (avec ou sans usage des lettres, sous forme essais-erreurs ou pas, avec tableur ou pas).

En jouant sur les variables numériques, il est possible d'amener une différenciation dans la gestion des calculs ; si la longueur de la clôture est fixée à 58 m, la réponse peut être obtenue dès la 5^e en testant l'égalité.

Un prolongement conduisant à un travail sur les aires peut être envisagé : « Quelle largeur donner à la bande de gazon lorsqu'on dispose d'une quantité de gazon permettant d'ensemencer ...m² ? »

Exercice 5

Cycle central

Connaissances	Capacités	Attitude
<ul style="list-style-type: none">• Les quatre opérations et leur sens.• Éléments du calcul littéral simple.	<ul style="list-style-type: none">• Identifier un problème et proposer une méthode de résolution.• Calculer.• Raisonner, argumenter.• Mener à bien un calcul instrumenté.	Rigueur et précision.

Kévin et Zoé choisissent ensemble un même nombre et « tapent » sur leur calculatrice.

Kévin appuie sur les touches :

$\boxed{\times}$ $\boxed{8}$ $\boxed{-}$ $\boxed{1}$ $\boxed{5}$ $\boxed{=}$

alors que Zoé appuie sur les touches :

$\boxed{-}$ $\boxed{1}$ $\boxed{=}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{4}$ $\boxed{+}$ $\boxed{6}$ $\boxed{=}$.

Kévin et Zoé constatent qu'ils obtiennent tous les deux le même résultat.

Quel nombre Kévin et Zoé ont-ils choisi au départ ?

Modalités

Travail individuel au départ puis mise en commun et débat.

Commentaires

- Cet exercice permet de travailler calcul littéral et calculatrice.
- La situation proposée est abordable par tous les élèves, qui peuvent s'approprier le problème par une démarche d'essais successifs. Certains élèves peuvent avoir besoin de jouer les rôles de Kévin et Zoé pour prendre conscience que les résultats obtenus ne sont pas nécessairement les mêmes. L'exercice peut être résolu sans utiliser le calcul littéral.
- Ce type d'exercice permet, dans le cadre du socle, de travailler sur la notion de variable, sur l'écriture d'une formule et sur la résolution d'une équation par la méthode d'essais successifs, puis, dans le cadre du programme, de montrer les limites de cette procédure et la nécessité d'utiliser d'autres outils.
- En fonction des variables numériques choisies, les tâches à effectuer peuvent changer (nécessité ou non de recourir à d'autres stratégies que la « remontée des calculs »).
On pourra utilement se référer à la situation « Alice et Bertrand » présente dans le document ressource « du numérique au littéral » et extraite de « Les débuts de l'algèbre au collège », INRP, 1996, de COMBIER G., GUILLAUME J.-C., PRESSIAT A.
- La construction d'une expression littérale traduisant une chaîne d'opérations ne relève pas du socle mais l'utilisation par un élève, qui n'a pas su la trouver ou qui n'en a pas eu besoin, d'une formule proposée par d'autres, montre une compétence liée aux éléments de calcul littéral du socle.

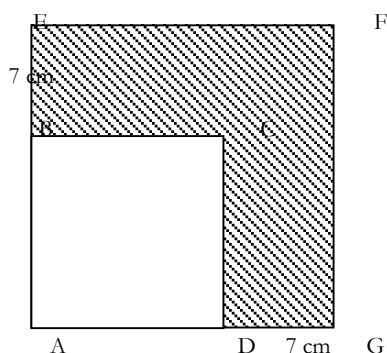
Exercice 6

Fin de 4^e

Connaissances	Capacités	Attitudes
<ul style="list-style-type: none"> • Rectangle, carré. • Aire. • Les quatre opérations et leur sens. 	<ul style="list-style-type: none"> • Reasonner logiquement, pratiquer la déduction. • Calculer une aire. • Savoir quand et comment utiliser les quatre opérations. 	<ul style="list-style-type: none"> • Sens de l'observation. • Esprit critique.

Sur la figure ci-contre :

- ABCD est un carré,
- AEFG est un carré,
- les points A, B, E sont alignés,
- les points A, D, G sont alignés,
- $BE = DG = 7$ cm,
- la surface hachurée a une aire de 189 cm².



Calculer la longueur en cm d'un des côtés du carré ABCD.

Modalités de mise en œuvre

Calculatrice autorisée.

Commentaires

Le recours à l'algèbre n'est pas indispensable pour cet exercice et ne constitue pas, de façon générale, une priorité pour le socle. On peut, par exemple, procéder par découpage de la figure : le petit carré en haut à droite fait 49. Il reste 140 pour les 2 rectangles superposables. Donc 70 pour un rectangle dont une des dimensions est 7. L'autre est donc 10. Cette résolution est attendue dès la 5^e.

Dans le cadre du socle, on peut évaluer la capacité à raisonner sans un recours à l'algèbre. Une aide possible est : donner l'idée ou proposer un découpage de la partie grisée en éléments simples, calculer l'aire d'un carré et recourir au sens de la division pour trouver un côté d'un rectangle dont on connaît l'aire et l'autre côté.

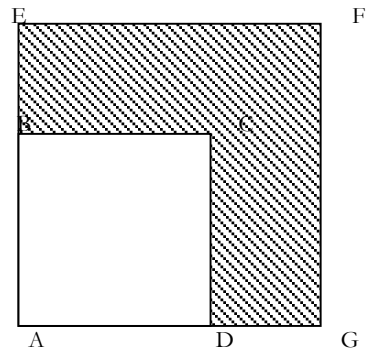
La variante ci-après propose une situation convoquant des compétences différentes et pour laquelle la connaissance de la notion de racine carrée n'est pas indispensable : il suffit de savoir que 100 est égal à 10 fois 10.

Variante proposée

Sur la figure ci-contre :

- AEFG est un carré de côté 17 cm,
- ABCD est un carré,
- B est un point mobile du segment [AE] et D est un point mobile du segment [AG] tels que ABCD reste un carré.

À quelle distance du point A doit-on placer le point B pour que la surface hachurée ait une aire de 189 cm^2 ?



Exercice 7

Fin de 4^e

Connaissances	Capacités	Attitudes
<ul style="list-style-type: none"> • Calcul de la valeur d'une expression littérale pour différentes valeurs de la variable. • Les représentations usuelles : tableaux. • La proportionnalité. 	<ul style="list-style-type: none"> • Comprendre un énoncé, une consigne. • Effectuer des calculs. • Utiliser des tableaux. • Interpréter des résultats. • Reconnaître une situation relevant ou non de la proportionnalité. 	<ul style="list-style-type: none"> • Sens civique. • Avoir conscience de ses limites.

La distance d'arrêt est la distance que parcourt un automobiliste entre le moment où il voit un obstacle puis freine et le moment où son véhicule s'arrête.

Sous certaines conditions, les formules ci-dessous donnent une valeur approximative de la distance d'arrêt D d'une voiture, exprimée en m, en fonction de sa vitesse V , exprimée en km/h.

- Voici la formule que l'on peut utiliser pour calculer la distance d'arrêt si le conducteur est lucide :

$$D = \frac{V}{6} + 0,007 \times V^2$$

- Voici maintenant la formule que l'on pourrait utiliser pour calculer la distance d'arrêt si le conducteur est peu lucide (fatigué, distrait par un appel téléphonique, ayant absorbé de l'alcool,...) :

$$D = \frac{V}{2} + 0,007 \times V^2$$

- 1) Compléter le tableau (arrondir les résultats au mètre près) :

Vitesse en km/h	50	90	100	110	130
Distance d'arrêt en m pour un conducteur lucide					
Distance d'arrêt en m pour un conducteur peu lucide					

- 2) Pour un conducteur lucide, la distance d'arrêt est-elle proportionnelle à la vitesse ?
- 3) Un conducteur roule à 100 km/h. Surgit un obstacle à 100 m de lui. Pourra-t-il s'arrêter à temps ?
- 4) Un conducteur lucide veut pouvoir s'arrêter en 10 mètres au maximum. Déterminer, à 1km/h près, la vitesse qu'il ne doit pas dépasser.

Modalités de mise en œuvre

Travail individuel puis échanges et débat.

Outils : calculatrice ou tableur.

Commentaires

Cette situation peut être travaillée dans le cadre de l'ASSR. Des documents sont disponibles sur les sites académiques.

On peut consulter notamment les pages suivantes :

[http://www.pedagogie.ac-](http://www.pedagogie.ac-nantes.fr/1166481205218/0/fiche_ressourcepedagogique/&RH=1160730502671)

[nantes.fr/1166481205218/0/fiche_ressourcepedagogique/&RH=1160730502671](http://www.pedagogie.ac-nantes.fr/1166481205218/0/fiche_ressourcepedagogique/&RH=1160730502671)

[http://www4b.ac-lille.fr/~convergence/lille/securite/freinage d un véhicule en 3eme Maths.pdf](http://www4b.ac-lille.fr/~convergence/lille/securite/freinage_d_un_vehicule_en_3eme_Maths.pdf)

[http://sciences-physiques.ac-](http://sciences-physiques.ac-dijon.fr/documents/college/SecuriteRoutiere/SecuriteRoutiere.htm)

[dijon.fr/documents/college/SecuriteRoutiere/SecuriteRoutiere.htm](http://sciences-physiques.ac-dijon.fr/documents/college/SecuriteRoutiere/SecuriteRoutiere.htm)

À la question 1), le fait que le tableau comporte trois lignes peut empêcher certains élèves de distinguer les grandeurs pour lesquelles la question de proportionnalité se pose. Aide possible : faire construire deux tableaux.

La présence de la variable V à la puissance 2 n'est pas ici gênante pour le socle puisqu'il s'agit seulement de remplacer V par une valeur.

Pour la dernière question, il ne s'agit évidemment pas de résoudre une équation du second degré mais de trouver un encadrement par essais successifs.

Il est possible de compléter l'énoncé par les deux questions suivantes :

6) Comparer les distances d'arrêt pour un conducteur lucide avec celles relatives à un conducteur peu lucide.

7) En tant que futur automobiliste, que doit-on retenir de cette comparaison ?

Exercice 8

Fin de 3^e

Connaissances	Capacités	Attitude
<ul style="list-style-type: none"> • Cube. • Grandeurs : volume, masse volumique. • Proportionnalité. 	<ul style="list-style-type: none"> • Reasonner, argumenter. • Calculer un volume. • Reconnaître les situations relevant de la proportionnalité, déterminer et utiliser un coefficient de proportionnalité. 	<ul style="list-style-type: none"> • Envie de prendre des initiatives. • Esprit critique.

La masse volumique du bois de pin est de $0,9 \text{ g/cm}^3$, celle du bois de châtaignier est de $0,86 \text{ g/cm}^3$.
 Un cube en bois de 5 cm d'arête a une masse de 107,5 g.
 Le bois utilisé pour sa fabrication est-il du pin ou du châtaignier ?

Modalités de mise en oeuvre																								
Calculatrice autorisée, brouillon autorisé, durée 10 minutes																								
Commentaires																								
Les grandeurs quotients sont difficiles pour les élèves, une aide possible consiste à faire reformuler les informations dans un langage plus courant et de différentes manières. Par exemple, pour $0,9 \text{ g/cm}^3$: <ul style="list-style-type: none"> ▪ 0,9 gramme pour un centimètre-cube ▪ Chaque centimètre-cube pèse 0,9 gramme ▪ Faire un recours explicite à la proportionnalité avec la construction d'un tableau <table style="margin-left: 40px;"> <tr> <td>Volume en cm</td> <td>1</td> <td>10</td> <td>100</td> <td>20</td> <td>5</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>Masse en g</td> <td>0,9</td> <td>9</td> <td>...</td> <td>...</td> <td>...</td> <td>...</td> </tr> </table> ▪ ... De plus, des expériences concrètes et manipulatoires peuvent être envisagées en lien avec les physiciens. Des compétences liées à la proportionnalité peuvent être validées même si l'utilisation experte des grandeurs quotients n'est pas maîtrisée. <i>Variante de l'énoncé</i> Le tableau ci-dessous indique la masse volumique de quelques espèces de bois. <table style="margin-left: 40px;"> <tr> <td>Espèce de bois</td> <td>Masse volumique (g/cm^3)</td> </tr> <tr> <td>Cèdre</td> <td>0,40</td> </tr> <tr> <td>Châtaignier</td> <td>0,75</td> </tr> <tr> <td>Buis</td> <td>0,90</td> </tr> <tr> <td>Pin maritime</td> <td>0,55</td> </tr> </table> Un cube de 5 cm d'arête, réalisé en bois d'une seule espèce, a une masse de 68,75 g. Déterminer l'espèce de bois utilisée pour sa fabrication.	Volume en cm	1	10	100	20	5	...	Masse en g	0,9	9	Espèce de bois	Masse volumique (g/cm^3)	Cèdre	0,40	Châtaignier	0,75	Buis	0,90	Pin maritime	0,55
Volume en cm	1	10	100	20	5	...																		
Masse en g	0,9	9																		
Espèce de bois	Masse volumique (g/cm^3)																							
Cèdre	0,40																							
Châtaignier	0,75																							
Buis	0,90																							
Pin maritime	0,55																							

Exercice 9

Fin de 6

Connaissances	Capacités	Attitudes
<ul style="list-style-type: none"> • Les quatre opérations. • Nombres décimaux. 	<ul style="list-style-type: none"> • Évaluer mentalement un ordre de grandeur. • Appliquer des consignes. 	<ul style="list-style-type: none"> • Envie d'anticiper. • Esprit critique.

Pour chaque opération indiquée dans la première colonne, cocher la case figurant sur la même ligne et correspondant au nombre qui se rapproche le plus du résultat de l'opération.

Par exemple, 318×80 est proche de $300 \times 100 = 30\,000$. Parmi les nombres proposés, le plus proche est donc 10 000, la case correspondante est cochée.

Opération	1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000
318×80					✗		
$43,5 + 873$							
$902 - 5,7$							
$7980 \times 0,1$							
$8763 : 8$							

Modalités de mise en oeuvre

Calcul réfléchi, sans calculatrice, brouillon autorisé, durée 5 minutes

Commentaires

Cet exercice est à placer dans le cadre d'un travail régulier et varié sur les ordres de grandeur en sixième.

De façon générale, un entraînement régulier au calcul réfléchi est souhaitable pour faire évoluer les procédures utilisées, y compris dans le domaine géométrique. À ce sujet, on pourra se reporter utilement à la brochure « Le calcul mental au collège : nostalgie ou innovation ? », IREM de Lyon, septembre 2008.

Exercice 10

Fin de 3^e

Connaissance	Capacité	Attitudes
<ul style="list-style-type: none">• La proportionnalité : pourcentage.	<ul style="list-style-type: none">• Reconnaître les situations relevant de la proportionnalité.	<ul style="list-style-type: none">• Esprit critique.• Rigueur.

Indiquer si chacune des *affirmations en italique* suivantes est vraie ou est fausse en justifiant la réponse.

- 1) Carole et Julie ont moins de 20 ans, elles bénéficient de 20 % de réduction au salon de coiffure. Carole propose à Julie d'y aller toutes deux ensemble, « *ainsi* », dit-elle, « *nous aurons 40 % de réduction* ».
- 2) Lors d'une élection, si un sixième des électeurs n'a pas pris part au vote alors on peut dire que « *plus de 80 % des électeurs ont voté* ».
- 3) « *Diminuer un prix de 50 % revient à le diviser par 2* ».
- 4) « *Augmenter un prix de 50 % revient à le multiplier par 2* ».

Modalités de mise en œuvre

Calculatrice et brouillon autorisés, des explications orales peuvent être demandées.

Commentaires

Cet exercice a un caractère interdisciplinaire et une utilisation pratique.

Ce type d'exercices, visant à faire évoluer les représentations des élèves, est à proposer régulièrement tout au long de l'année.

Différentes résolutions possibles :

Question 1 :

- Contre-exemple en prenant une valeur.
- Démonstration algébrique $0,8x + 0,8y = 0,8(x + y)$ (acceptée mais non attendue).

Question 2 :

- Traduction de la négation de la proposition et comparaison de $1/6$ et 80% .
- Comparaison de camemberts.

Question 3 :

- Diminuer de 50% c'est prendre 50% soit multiplier par $0,5$ ce qui revient à diviser par 2 .
- Prendre une ou plusieurs valeurs et le conjecturer.
- Démonstration algébrique $50x/100 = 0,5x = x/2$ (acceptée mais non attendue).

Question 4 :

- Contre-exemple en prenant une valeur.
- Démonstration algébrique $x + 50x/100 = 3x/2 \neq 2x$ (acceptée mais non attendue).

Poser la 1^{ère} question à la classe pour connaître sa représentation *a priori* ; éventuellement la sonder. Laisser chercher individuellement cette question pendant 10 minutes.

Corriger par un débat. Revenir aux représentations initiales et montrer l'intérêt des preuves mathématiques.

Exercice 11

Fin de 3^e

Connaissances	Capacités	Attitudes
<ul style="list-style-type: none">• Grandeurs (unités de mesure, formules, calculs et conversions) : volume, contenance.• Représentations usuelles : graphiques.	<ul style="list-style-type: none">• Calculer un volume.• Mettre en œuvre une formule.• Reconnaître si deux grandeurs sont ou non proportionnelles.• Lire, utiliser et interpréter des données présentées sous forme de graphiques.	<ul style="list-style-type: none">• Rigueur et précision.• Esprit critique.

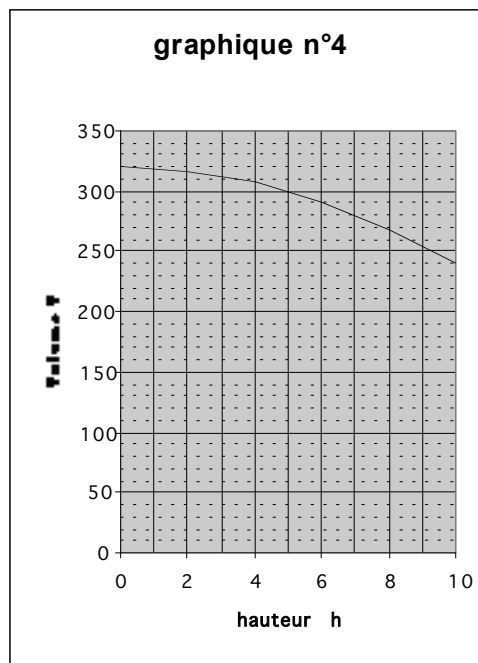
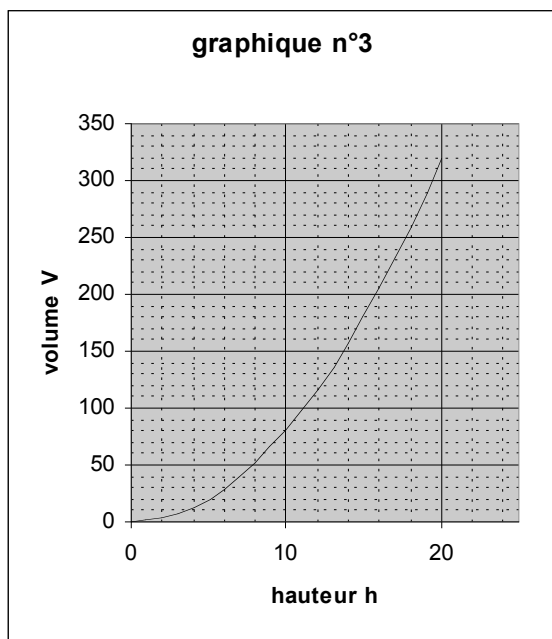
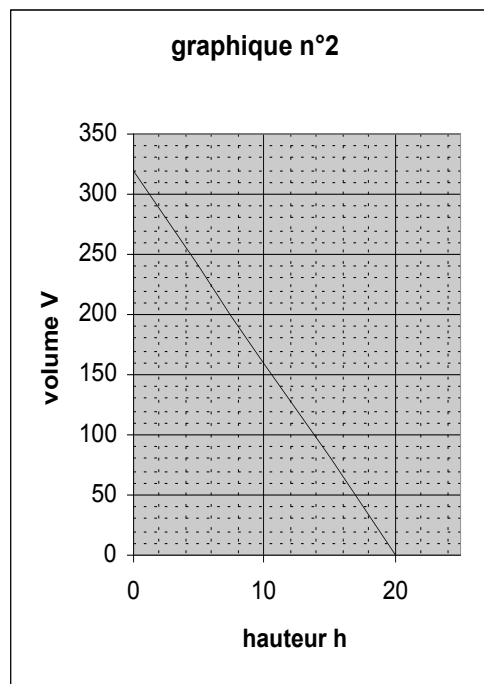
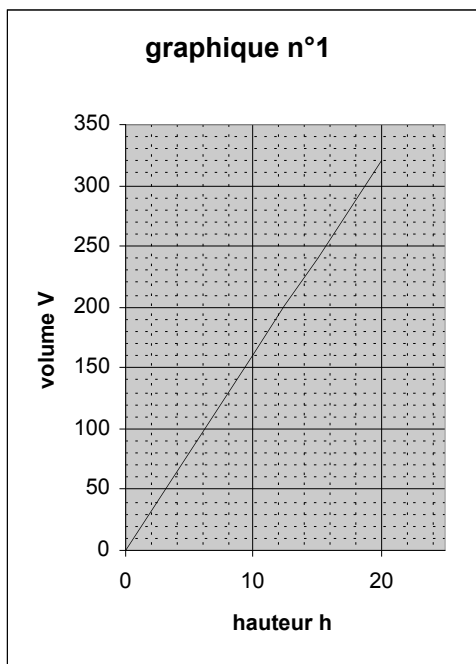
Un vase cylindrique a une aire de base égale à 16 cm^2 et une hauteur égale à 20 cm .

On rappelle la formule permettant de calculer le volume d'un cylindre :

$$\text{volume} = \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$$

- 1) Ce vase peut-il contenir un demi-litre d'eau sans débordement ?
Justifier la réponse.
- 2) On a versé 200 cm^3 d'eau dans ce vase. Calculer la hauteur de l'eau.

- 3) On fait varier la quantité d'eau versée dans le bocal. Parmi les graphiques ci-dessous, lequel représente le volume V de l'eau en fonction de la hauteur h d'eau versée ?



Modalités de mise en œuvre

Calculatrice autorisée.

Commentaires

Pour la question 1, deux procédures devraient apparaître : calcul du volume du vase et comparaison à un demi-litre ou hauteur d'eau correspondant à un demi-litre et comparaison à 20 cm. Une réflexion sur ces procédures prépare la deuxième question.

Pour la troisième question, il est nécessaire de laisser émerger les stratégies des élèves. Par exemple, des procédures par élimination.

On élimine les graphiques 2 et 4 car les courbes ne passent pas par l'origine (« s'il n'y a pas d'eau la hauteur est zéro ») ou car les courbes représentent des fonctions qui ne sont pas croissantes (« ça descend alors que plus c'est haut plus il y a d'eau »).

On élimine le graphique 3 en calculant le volume correspondant à une hauteur donnée (par exemple, $h = 10$ cm donne $V = 160$ cm³ alors que le point (10 , 160) n'est pas sur la courbe) ou un peu de la même façon en utilisant la question 2, ou encore avec des arguments de proportionnalité et de non-alignement.

Il ne reste que le graphique 1, la consigne indique que c'est le bon.

Avec une consigne du genre « un des graphiques représente-t-il V en fonction de h ?

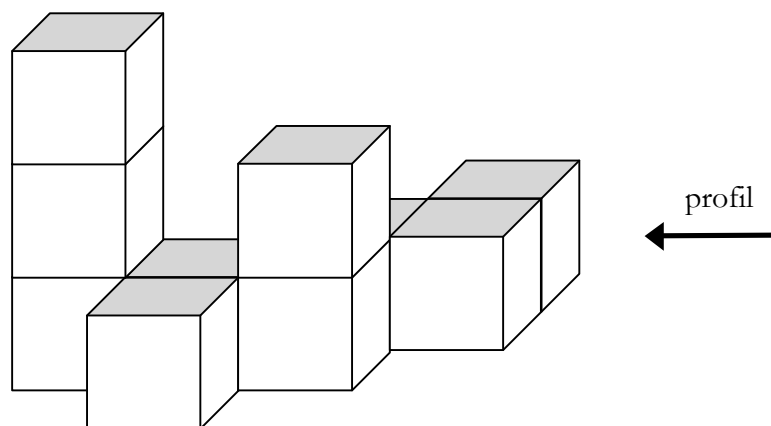
Une justification supplémentaire est nécessaire : pour une aire fixée, la formule permet d'affirmer que le volume est proportionnel à la hauteur. Or, le graphique 1 représente une droite passant par l'origine et par le point (10 , 160) par exemple.

Exercice 12

Fin de 3^e

Connaissances	Capacités	Attitudes
<ul style="list-style-type: none"> • Interpréter une représentation plane d'un objet de l'espace (cube). • Volume, aire. 	<ul style="list-style-type: none"> • Effectuer des constructions simples en utilisant des instruments de dessin. • Interpréter une représentation plane d'un objet de l'espace. • Calculer un volume. 	<ul style="list-style-type: none"> • Sens de l'observation. • Prise d'initiatives.

On a empilé et collé des cubes de 2 cm d'arête de façon à obtenir le solide représenté ci-dessous.



- 1) Dessiner en vraie grandeur une vue de profil du solide.
- 2) Calculer le volume en cm^3 du solide.
- 3) On veut peindre entièrement le solide, dessous compris. Combien y a-t-il de faces de petits cubes à peindre ?

Modalités de mise en œuvre

Calcul réfléchi. Possibilité d'utiliser des cubes ou un logiciel de dessin en 3D.
Le dessin de la question 1 peut être à faire sur papier blanc ou quadrillé.

Commentaires

Cet exercice peut être proposé de façon progressive (dans le temps) ou différenciée (en fonction des élèves) en jouant sur le nombre de cubes et leur disposition.

Prenant appui sur une situation de l'espace contextualisée, il peut avoir un caractère interdisciplinaire (technologie, arts plastiques).

Exercice 13

Fin de sixième

Connaissance	Capacités	Attitude
<ul style="list-style-type: none"> • Nombres décimaux • Proportionnalité 	<ul style="list-style-type: none"> • Rechercher, extraire l'information utile • Comparer des nombres • Reasonner logiquement 	<ul style="list-style-type: none"> • Esprit critique

Lire attentivement l'énoncé ci-dessous puis compléter le tableau en mettant une croix dans la case choisie. Il peut arriver que des calculs soient nécessaires.

Julie et Carole ont travaillé pendant le mois d'août. Au total, elles ont reçu exactement le même salaire. Pourtant, Julie était payée 7,50 € de l'heure alors que Carole gagnait 7,80 € de l'heure. Mais Carole a travaillé, au cours du mois, 6 heures de moins que Julie.

Affirmation	Vrai	Faux	On ne sait pas
Au mois d'août, Julie a effectué plus d'heures de travail que Carole.			
Le salaire horaire de Carole est supérieur au salaire horaire de Julie.			
Chaque jour, Julie a travaillé plus longtemps que Carole.			
Carole a gagné plus d'argent que Julie pendant le mois d'août.			
Carole a gagné 750 € en tout.			
Julie a travaillé 156 heures dans le mois.			

Modalités
Avec ou sans calculatrice, des explications orales peuvent être demandées. Durée 10 min
Commentaires
Situation de la vie courante mettant en jeu des évidences, de l'intuition et nécessitant des calculs ainsi qu'une stratégie.

Exercice 14

Fin cycle central

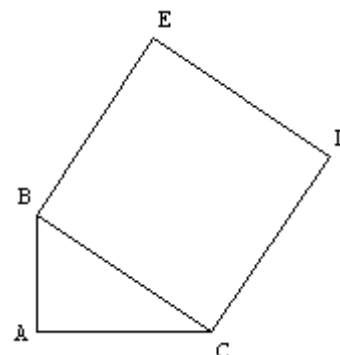
Connaissances	Capacités	Attitudes
<ul style="list-style-type: none"> • Propriétés élémentaires du carré, du rectangle. • Aire. • Théorème de Pythagore. 	<ul style="list-style-type: none"> • Utiliser les propriétés d'une figure et les théorèmes de géométrie. • Effectuer des constructions simples. • Reasonner logiquement. 	<ul style="list-style-type: none"> • Sens de l'observation. • Prise d'initiatives.

Dans la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur, on sait que :

- le triangle ABC est rectangle en A,
- le segment [AB] a pour longueur 2 cm,
- le segment [AC] a pour longueur 3 cm,
- BCDE est un carré.

1) Tracer la figure en vraie grandeur.

2) Calculer l'aire du carré BCDE.



Modalités
Calculatrice autorisée, brouillon autorisé, durée 20 minutes.
Commentaires
<p>Le tracé de la figure en vraie grandeur peut permettre une estimation de l'aire du carré grâce à la mesure de la longueur de son côté.</p> <p>Suivant la façon dont le théorème de Pythagore a été présenté en cours, certains élèves peuvent penser à ajouter les aires des carrés construits sur les côtés de l'angle droit.</p> <p>Les traces de calcul peuvent être suffisantes pour faire état du raisonnement et pour permettre d'en évaluer la validité.</p>

Exercice 15

Fin cycle central

Connaissance	Capacités	Attitudes
La proportionnalité : pourcentage.	<ul style="list-style-type: none">• Saisir quand une situation se prête à un traitement scientifique.• Utiliser des pourcentages.• Contrôler, exploiter les résultats.• Présenter un résultat.	<ul style="list-style-type: none">• Rigueur.• Prise d'initiatives.• Esprit critique.

Le 15 septembre, un jeu électronique est vendu 60 €.

Le 1^{er} décembre, son prix augmente de 20 %.

Puis, à partir du 1^{er} février, ce jeu est soldé et une réduction de 20 % est faite sur le prix affiché en décembre.

Julien dit : « Finalement, le prix n'a pas changé. »

Jeanne répond : "Si, finalement il a diminué de 4 % : j'ai bien fait de ne pas l'acheter en septembre »

Qui a raison ? Justifier la réponse.

Consigne orale : « Laisser des traces du raisonnement même si on n'aboutit pas à une justification qui semble satisfaisante ».

Modalités
Calculatrice autorisée, brouillon autorisé, durée 10 minutes. Justification à l'oral possible.
Commentaires
Cet exercice fait appel à une situation simple, vraisemblable et d'un niveau calculatoire très raisonnable. Peut être repris avec une démonstration algébrique en troisième.

Exercice 16

Fin de cinquième

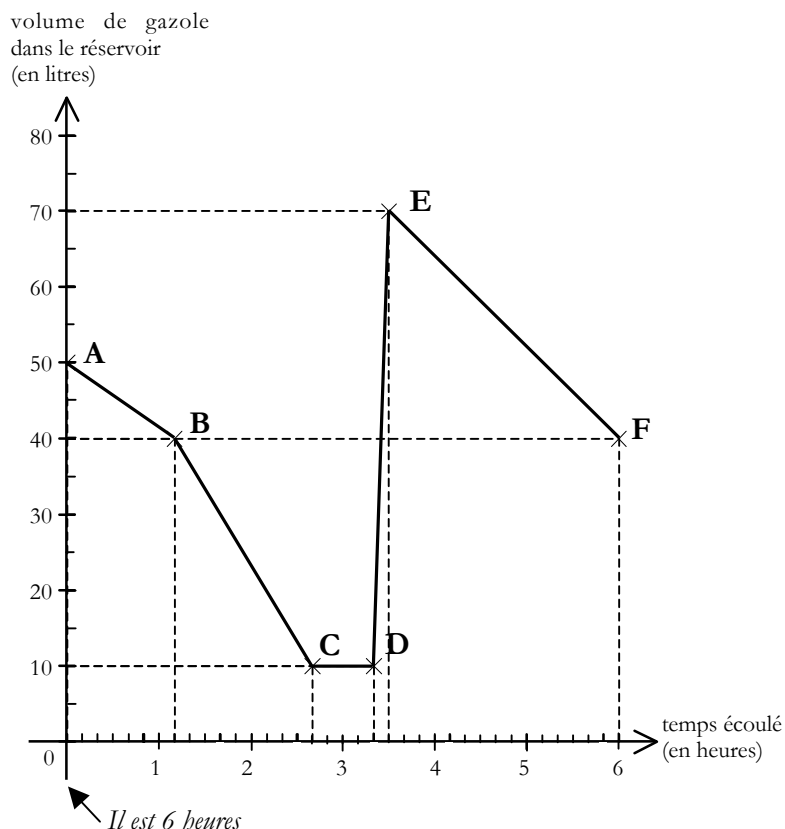
Connaissances	Capacités	Attitude
<ul style="list-style-type: none"> • Graphiques. • Proportionnalité. • Conversion : unités de durées. 	<ul style="list-style-type: none"> • Lire et utiliser des données présentées sous forme de tableaux, de graphiques. • Mener à bien un calcul selon des modalités adaptées. • Utiliser les propriétés de la linéarité. 	<ul style="list-style-type: none"> • Rigueur et précision. • Esprit critique.

La consommation en carburant d'un engin de travaux publics s'évalue en litre par heure de fonctionnement.

Cette consommation est variable et dépend du travail qui est demandé, comme indiqué dans le tableau suivant :

Travail demandé	Consommation en litre par heure
Déplacement	8
Chargement	12
Terrassement	20

Sur le graphique ci-dessous, la ligne ABCDEF représente les variations du volume de gazole dans le réservoir de l'engin au cours d'une matinée, entre 6 h et 12 h.



- 1) Quel volume de gazole y a-t-il dans le réservoir à 6 h ? à 12 h ?
- 2) Décrire les travaux effectués par l'engin entre 6h et midi en complétant le tableau ci-dessous :

Période	de 6 h à 7 h 10	de 7 h 10 à 8 h 40	de 8 h 40 à 9 h 20	de 9 h 20 à 9 h 30	de 9 h 30 à 12 h
Travail effectué					

- 3) À quelle heure a-t-on refait le plein du réservoir ? Combien de litres y a-t-on mis ?
- 4) Combien de litres de gazole l'engin a-t-il consommés entre 9 h 30 et 12 h ? À quelle consommation, en litres par heure, cela correspond-il ? Quel était alors le travail demandé ?

Modalités
En classe, activité de recherche individuelle. Calculatrice autorisée, brouillon autorisé, durée 30 minutes
Commentaires
Un exercice de ce type ne peut être abordé que dans le cadre du socle.

Exercice 16 bis

Variante au niveau 3^e

Pour faire travailler le socle, l'exercice sera présenté comme en cinquième mais en supprimant la question 4). Dans le même temps, on donne aux élèves ayant déjà acquis les capacités mises en œuvre dans cet exercice la variante suivante qui, elle, fait travailler sur le programme. On peut alors faire travailler la recherche du coefficient directeur d'une droite par exemple.

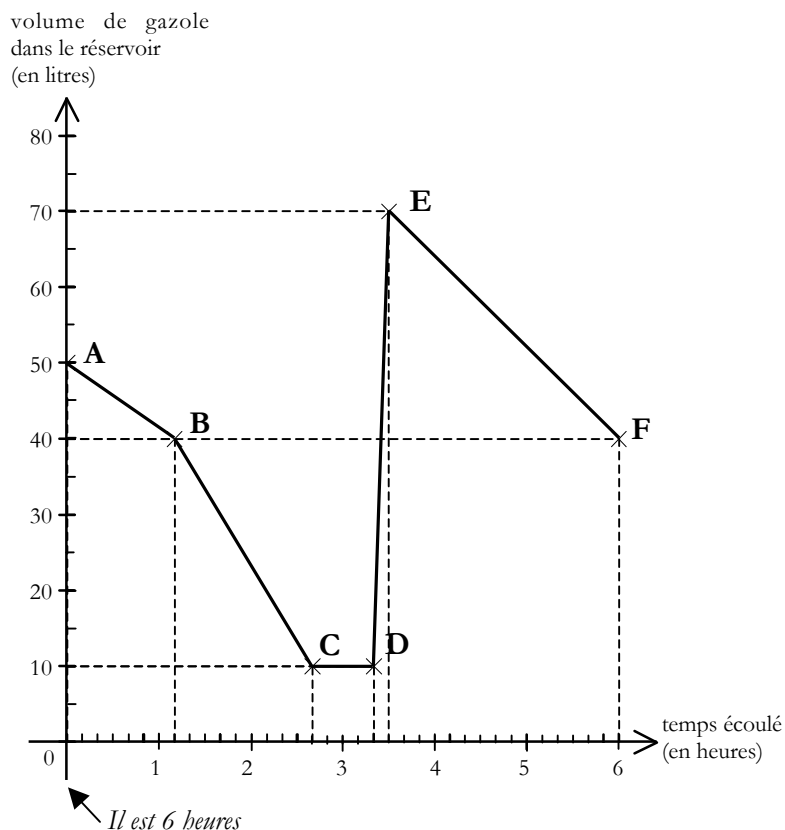
Cette activité peut être présentée de façon différenciée.

Connaissances	Capacités	Attitudes
<ul style="list-style-type: none"> • Graphiques. • Proportionnalité. • Opérations. • Conversion : unités de durées. 	<ul style="list-style-type: none"> • Choisir l'opération qui convient au traitement de la situation étudiée. • Lire et utiliser des données présentées sous forme de tableaux, de graphiques. • Mener à bien un calcul selon des modalités adaptées. • Utiliser les propriétés de la linéarité. 	<ul style="list-style-type: none"> • Rigueur et précision. • Esprit critique.

La consommation en carburant d'un engin de travaux publics s'évalue en litre par heure de fonctionnement.

Cette consommation est variable et dépend du travail qui est demandé.

Sur le graphique ci-dessous, la ligne ABCDEF représente les variations du volume de gazole dans le réservoir de l'engin au cours d'une matinée, entre 6 h et 12 h.



Au cours de cette matinée, il a fallu déplacer l'engin, charger, tasser, faire une pause et faire le plein.

Travail demandé	Consommation en litre par heure
Déplacement	Faible consommation
Chargement	Consommation moyenne
Terrassement	Forte consommation

1) Quel volume de gazole y a-t-il dans le réservoir à 6 h ? à 12 h ?

2) Compléter le tableau ci-dessous :

Période	de 6 h à 7 h 10	de 7 h 10 à 8 h 40	de 8 h 40 à 9 h 20	de 9 h 20 à 9 h 30	de 9 h 30 à 12 h
Travail effectué					

3) Compléter le tableau suivant :

Travail demandé	Consommation en litre par heure
Déplacement	
Chargement	
Terrassement	

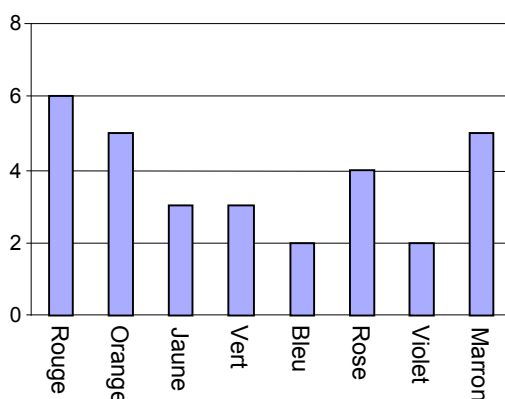
Exercice 17

Fin de troisième

Connaissances	Capacités	Attitudes
<ul style="list-style-type: none"> • Statistiques. • Notion de chance ou de probabilités. 	<ul style="list-style-type: none"> • Lire et utiliser des données présentées sous forme de tableaux, de graphiques. • Comparer des nombres. • Effectuer un calcul mental simple. 	<ul style="list-style-type: none"> • Rigueur et précision. • Prise d'initiatives.

BONBONS COLORÉS (PISA 2003)

La mère de Kevin lui permet de prendre un bonbon dans un sachet opaque. Kevin ne voit donc pas les bonbons. Le nombre de bonbons de chaque couleur contenus dans le sachet est illustré par le graphique suivant :



Quelle est la probabilité que Kevin prenne un bonbon rouge ?

- A 10 %
- B 20 %
- C 25 %
- D 50 %

Modalités
Calcul réfléchi, sans calculatrice, brouillon autorisé, durée 5 minutes.
Commentaires
La notion d'équiprobabilité est sous-jacente, les élèves doivent seulement savoir déterminer une probabilité à partir d'une proportion (« j'ai 6 chances sur 30 de tirer un bonbon rouge »).
Une variante possible serait de poser la question sous la forme directe « Quelle est la probabilité ... ? » pouvant faire émerger la réponse sous diverses formes $6/30$; $1/5$; $0,2$; 20% ...).

Exercice 18

Fin de troisième.

Connaissance	Capacités	Attitude
Nombres dans la vie courante.	<ul style="list-style-type: none">• Questionner, identifier un problème, formuler une conjecture ou une hypothèse.• Choisir l'opération qui convient au traitement de la situation étudiée.• Exprimer à l'écrit ou à l'oral des étapes d'une démarche de résolution.	<ul style="list-style-type: none">• Prise d'initiatives.• Esprit critique.

PIZZA (PISA 2003)

Dans une pizzeria, les pizzas peuvent être recouvertes de deux garnitures différentes au choix.

Il y a quatre garnitures possibles : olives, jambon, champignons et salami.

Thierry veut commander une pizza.

Combien de sortes différentes de pizzas Thierry peut-il commander ?

Modalités
Activité de recherche par groupes. Durée : 20 min.
Commentaires
Un retour aux productions est ici particulièrement pertinent pour accéder aux représentations et stratégies utilisées (schéma, arbre ...).

Autre rédaction possible :

PIZZA bis

Dans une pizzeria, les pizzas peuvent être recouvertes de deux garnitures différentes *parmi quatre choix possibles* : olives, jambon, champignons et salami.

Thierry veut commander une pizza.

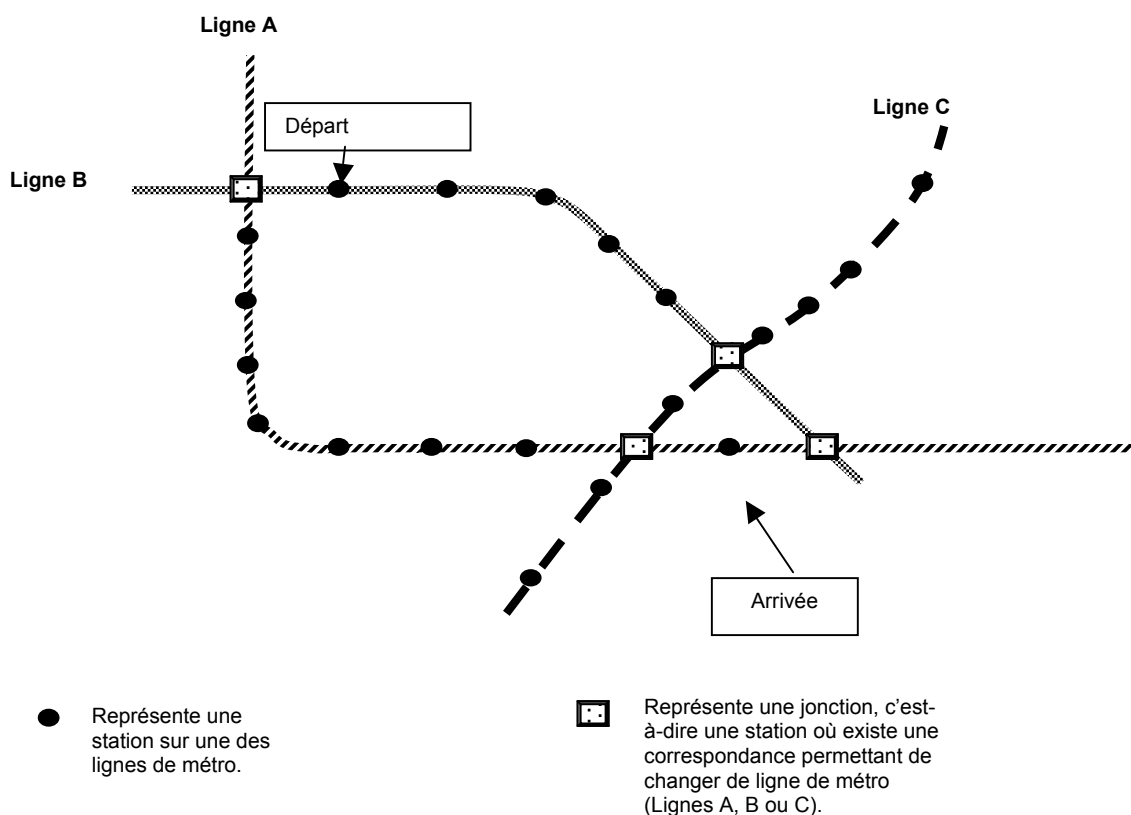
Combien de sortes différentes de pizzas Thierry peut-il commander ?

Exercice 19

Fin de troisième

Connaissances	Capacités	Attitudes
<ul style="list-style-type: none"> • Grandeurs et mesures. • Calculs élémentaires. 	<ul style="list-style-type: none"> • Lire, utiliser et interpréter des données présentées sous forme de graphiques. • Saisir quand une situation se prête à un traitement mathématique. • Mener à bien un calcul selon des modalités adaptées. 	<ul style="list-style-type: none"> • Prise d'initiatives. • Rigueur et précision.

CORRESPONDANCES (PISA 2003)



Le schéma ci-dessus montre une section du réseau de transports publics d'une ville de Zedlande, comprenant trois lignes de métro. Vous devez vous rendre de la station marquée « départ » à la station marquée « arrivée ». Le prix est fonction du nombre de stations traversées (sans compter la station de départ). Le coût s'élève à 1 zed par station traversée.

La durée du parcours entre deux stations successives est d'environ 2 minutes.
 La durée nécessaire pour changer de ligne à une jonction est d'environ 5 minutes.

Tracez en couleur rouge sur le schéma le meilleur parcours (en termes de durée et de coût) et inscrivez, ci-dessous, le prix que vous paierez, ainsi que la durée approximative du trajet.

Prix : ... zeds.
 Durée approximative du trajet : ...minutes.

Modalités

Travail en groupes, sans calculatrice.
Durée 20 min.

Commentaires

Il est nécessaire de s'assurer que l'élève a examiné toutes les possibilités (brouillon, observation des échanges du groupe, justification orale ...).

Un travail complémentaire pourrait consister en la mise en forme d'une justification écrite (tableau, schéma, texte ...).

Exercice 20

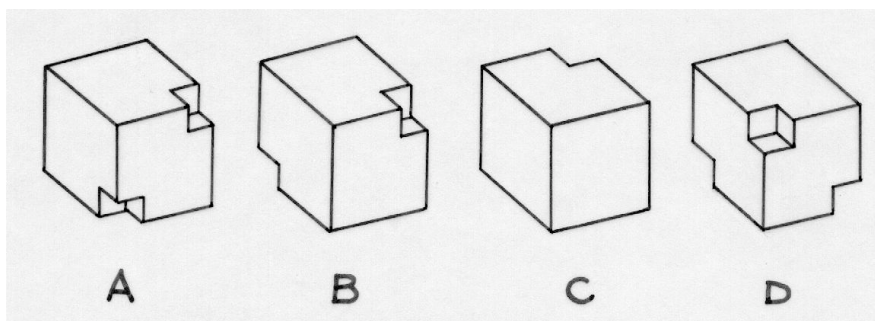
Fin de cinquième

Connaissance	Capacité	Attitudes
Objets de l'espace.	Interpréter une représentation plane d'un objet de l'espace.	<ul style="list-style-type: none"> • Sens de l'observation. • Esprit critique.

Au coin du bon sens (maths sans frontière)

Ces dessins représentent quatre cubes en bois dont certains coins ont été évidés.

Deux seulement de ces solides sont identiques. Dire lesquels.



Modalités
Durée 5 min.
Commentaires
<p>Cet exercice peut, en recherche individuelle, être très révélateur des capacités de l'élève « à voir dans l'espace ».</p> <p>La mise à disposition d'un cube matériel, le développement des patrons, l'utilisation de logiciels de géométrie de l'espace peuvent permettre une différenciation qui apportera de l'aide à l'élève selon ses besoins et contribuer ainsi à l'acquisition des compétences liées au socle.</p> <p>Cet exercice, à proposer en formation, peut donner lieu à un débat à l'intérieur d'une classe sur les démarches suivies.</p>