ACADÉMIE DE GRENOBLE
Liberté
Égalité
Fraternité

10e édition
Semaine des mathématiques
Mathé-matiques et société
15 — 21 mars 2021

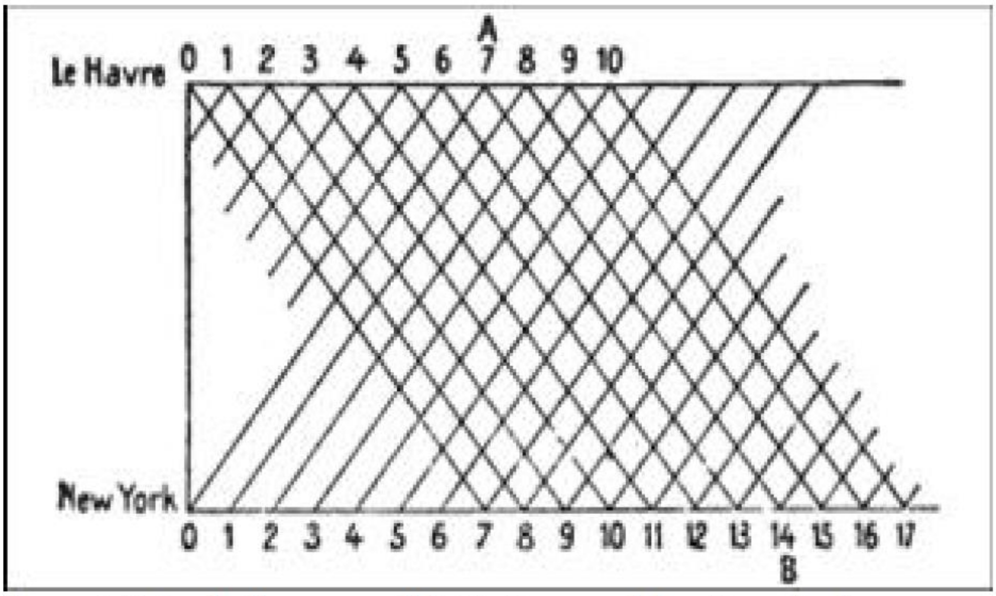
SEMAINE DES MATHEMATIQUES 2021

Une énigme par jour

2nde

Énigme 1

Réponse : à l'aide de l'illustration suivante, on peut voir que le paquebot rencontrera 15 autres navires.



Cette illustration est tirée de l'ouvrage l'*Initiation mathématique* écrit par un ami de Lucas, Charles Ange Laisant (1841-1920). Son objectif était de rénover l'enseignement mathématique des jeunes enfants, notamment en utilisant des récréations mathématiques qui connaissent une grande popularité à la fin du XIXe siècle.

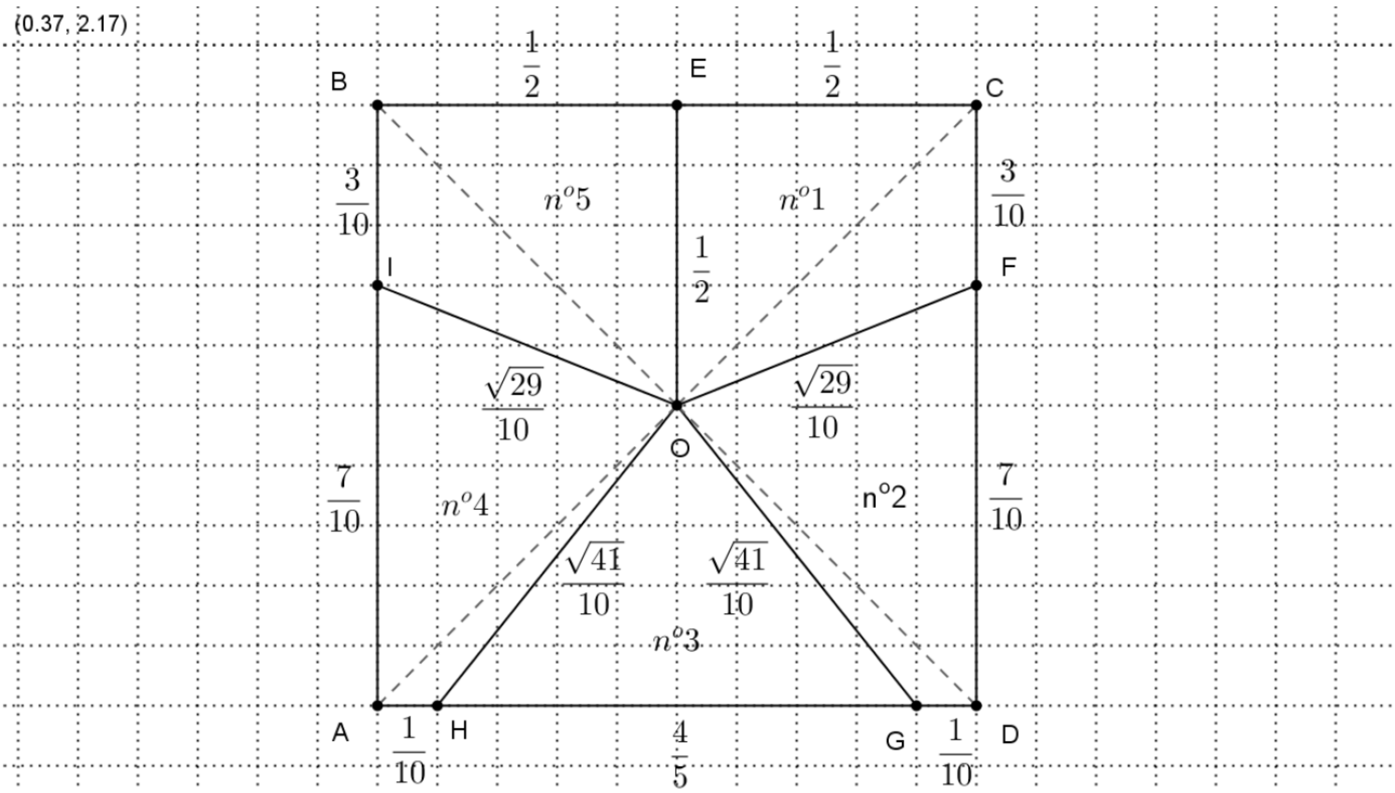
Énigme 2

◈ On peut commencer par déterminer les positions des points F, G, H et I.

méthode 1 : sachant que l'aire de chaque plaque vaut 1/5, on peut déterminer la position de ces points en résolvant des équations du premier degré.

méthode 2 : en faisant apparaître les diagonales du carré, on obtient des triangles de même hauteur h = OE = ½. On a alors

$\frac{1}{5}=\frac{h(EC+CF)}{2}=\frac{h(FD+DG)}{2}=\frac{hHG}{2}$ d'où $EC+CF=FD+DG=HG=\frac{4}{5}$ qui permet de placer ces points.



◈ Le théorème de Pythagore permet d'obtenir les longueurs des différents "rayons".

◈ Il suffit alors de calculer la somme des longueurs des différents plombs. On obtient ainsi :

$$L=4+\frac{1}{2}+2\times\frac{\sqrt{29}}{10}+2\times\frac{\sqrt{41}}{10}=\frac{45+2\sqrt{29}+2\sqrt{41}}{10}\approx 6,858 \quad .$$

La réalisation de ce vitrail nécessite l'utilisation de $\frac{45+2\sqrt{29}+2\sqrt{41}}{10}$ **mètres linéaires de plombs, soit 6,858 mètres en arrondissant au millimètre près.**

Énigme 3

Réponse : En utilisant la décomposition en facteurs premiers :
$1517 = 37\times41$; $1763 = 41\times43$; $2021 = 43\times47$.
Ces années sont le produit de deux nombres entiers premiers consécutifs.
La prochaine année de ce type est $47\times53 = 2491$.

Énigme 4

Réponse : Dans le triangle ABC rectangle en A, cos $(\widehat{ABC}) = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{5}$.

Dans le triangle ABC' rectangle en C',
cos $(\widehat{ABC'}) = \frac{BC'}{AB} = \frac{4}{5}$ d'où BC' $= \frac{4}{5}AB = \frac{16}{5} = \frac{16}{25}BC$.

Le nouveau triangle est l'image du triangle initial par une homothétie de rapport $\frac{16}{25}$.

Après 2021 itérations, on a un triangle de côté $\left(\frac{16}{25}\right)^{2021} \times 3$; $\left(\frac{16}{25}\right)^{2021} \times 4$; $\left(\frac{16}{25}\right)^{2021} \times 5$.