

# **Tonnelets piques bois**

## **Construisons construisons ...**

### **Sommaire**

1. Tableau récapitulatif .....	2
2. Enoncé et consigne données aux élèves .....	3
3. Objectifs et analyse a priori.....	3
4. Quelques productions d'élèves.....	5

## 1. Tableau récapitulatif

<b>Enoncé</b>	Tonnelets piques bois !
<b>Niveau Concerné</b>	2 <sup>nd</sup> générale ou 1 <sup>ère</sup> générale
<b>Période de l'année</b>	Selon le niveau de résolution attendue ou souhaitée, ce problème peut se traiter à n'importe quel moment de l'année. Ce problème a été expérimenté lors du <a href="#">Rallye mathématiques de liaison 3<sup>ème</sup>/2<sup>nde</sup> – session 2014</a> .
<b>Durée et organisation</b>	Travail en groupe : 3 élèves Durée : 1h + 1h
<b>Prérequis</b>	<b>Mathématiques et TICE :</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Algorithmique</li><li>• Utilisation du tableur</li></ul> Pour la classe de première générale <ul style="list-style-type: none"><li>• Suites numériques</li></ul>
<b>Objectifs généraux</b>	<b>Objectifs :</b> <ul style="list-style-type: none"><li>❖ <b>Utilisation des TICE dans le but</b><ul style="list-style-type: none"><li>- d'aider à l'appropriation du problème,</li><li>- de motiver les approches expérimentales,</li><li>- de conjecturer, donner des pistes de résolution.</li></ul></li></ul> Dans le cadre de la résolution de problèmes, l'utilisation des TICE par les élèves leur donne une plus grande autonomie et encourage leur prise d'initiative. <ul style="list-style-type: none"><li>❖ <b>former les élèves à la démarche scientifique sous toutes ses formes pour les rendre capables de</b><ul style="list-style-type: none"><li>- Mettre en œuvre une narration de recherche,</li><li>- chercher, expérimenter – en particulier à l'aide d'outils logiciels.</li></ul></li></ul>

## 2. Enoncé et consigne données aux élèves

**Enoncé du problème donné aux élèves sous forme de vidéo :**



### Consignes données aux élèves

Les élèves répondent ensuite aux questions suivantes :

1. Combien d'étages complets pourra faire cette personne en vidant les deux tonnelets ?
2. De combien de piques bois aura-t-on besoin pour faire une figure à 18 étages ?

## 3. Objectifs et analyse a priori

Le problème posé s'inspire d'une situation facile à mettre en œuvre dans la vie courante.

Il s'exprime de façon simple et concise et laisse dans sa résolution une place à l'autonomie et à l'initiative des élèves.

### Compétences en mathématiques au lycée développées dans cette activité

Compétences évaluées / mises en jeu	Les critères d'évaluation et indicateurs de réussite
<b>Chercher</b>	<p>J'analyse le problème seul.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- J'extrais, j'organise et je traite les informations utiles.</li> </ul> <p>J'analyse le problème en groupe.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Je partage et je discute de mon analyse avec le groupe.</li> </ul> <p>Je m'engage dans une démarche, J'expérimente en utilisant éventuellement des outils logiciels.</p> <p>Emettre une conjecture. Valider, corriger une démarche, ou en adopter une nouvelle.</p> <p>Je fais une analyse critique d'un résultat.</p>
<b>Modéliser</b>	<p>Modéliser le problème en utilisant les outils TICE. Modéliser le problème « à la main ».</p>
<b>Représenter</b>	<p>Choisir à bon escient un cadre de résolution (numérique, graphique, algorithmique ...). Appliquer des techniques et mettre en œuvre des algorithmes.</p>
<b>Calculer</b>	<p>Effectuer un calcul automatisable à la main ou à l'aide d'un instrument (calculatrice, logiciel). Mettre en œuvre des algorithmes simples.</p>
<b>Raisonner</b>	<p>Effectuer des inférences (inductives, déductives) pour obtenir de nouveaux résultats, conduire une démonstration, confirmer ou infirmer une conjecture, prendre une décision.</p>
<b>Communiquer</b>	<p>Expliquer oralement une démarche, communiquer un résultat par oral ou par écrit.</p>

## Compétences algorithmiques - Compétences TICE

Les objectifs de ce problème est de former les élèves à la démarche scientifique sous toutes ses formes pour les rendre capables de :

Utilisation d'un logiciel algorithmique ou la calculatrice	Modéliser et s'engager dans une activité de recherche.
	Conduire un raisonnement, une démonstration.
	Pratiquer une activité expérimentale ou algorithmique.
	Faire une analyse critique d'un résultat, d'une démarche.
	Pratiquer une lecture active de l'information.
Utilisation d'un tableur	Formules à valeurs absolues ou relatives.

### Détails des objectifs de cette activité

Ce problème a été conçu de façon à prendre en compte **la diversité et l'hétérogénéité des aptitudes** des élèves. Comment ?

- ❖ le problème peut se résoudre de différentes manières.
  - La manière experte : mise en place d'une suite arithmético-géométrique
  - La manière TICE : le tableur affichant le nombre de piques bois utilisé par étage par exemple
  - La manière TICE : algorithme sur calculatrice ou sur un logiciel
  - La manière expérimentale : dessiner tous les étages !
  - La manière par « tâtonnement »
  
- ❖ Aucune aide donnée (il s'agissait d'une épreuve d'entraînement au Rallye)

### Quelques points forts de cette activité

- ❖ La présentation attire l'attention des élèves.
- ❖ La situation proposée dans ce cadre permet aux élèves de disposer de méthodes variées pour aboutir à une résolution.
- ❖ Permettre aux élèves d'étudier un problème permettant une approche expérimentale.
- ❖ La situation proposée met en avant l'utilité des TICE (les résolutions les plus « abordables » sont obtenues à l'aide de TICE).
- ❖ Rendre les élèves capables d'autonomie.
- ❖ La narration de recherche pousse les élèves à s'exprimer de façon simple et concise.

### Utilisation des Tice dans le but

- ❖ Aider à l'appropriation du problème.
- ❖ Conjecturer, donner des pistes de résolution.
- ❖ Donner une plus grande autonomie et encourager la prise d'initiative.

#### 4. Quelques productions d'élèves

##### Exemple : Bonne narration – Originalité des raisonnements

Il y a une chronologie du récit qui est précise : on a les changements de pistes qui sont évoqués. Les brouillons sont intégrés à la narration de recherche. Des schémas sont faits avec des calculs numériques aidant à comprendre le raisonnement qui est original.

Réponse au problème 2 avec la narration de la recherche du groupe

un premier temps pour rédiger la solution je pense qu'il faut compter le nombre de carrés. On remarque que sur chaque étage le nombre de carrés augmente de 2.  
Exemple:  $1+2+2+2+2$ . On remarque que notre idée est fautive. Lucas a essayé de dessiner une pyramide mais il a vite abandonné car il s'est rendu compte que cela prendrait du temps. Puis, Grégoire a trouvé une idée.

4x1  
3x3  
(3x3) + (2x2)  
(3x3) + (4x2)

son hypothèse était juste

1)  $4 + (3 \times 3) + (3 \times 3 + 2 \times 2) + (3 \times 3 + 2 \times 4) + (3 \times 3 + 2 \times 6) + (3 \times 3 + 2 \times 8)$

On remarque que en 6 étages on est à 89 carrés dents

$89 + (3 \times 3 + 2 \times 10) + (3 \times 3 + 2 \times 12) + (3 \times 3 + 2 \times 14) + (3 \times 3 + 2 \times 16)$   
(118 carrés dents) (151 carrés dents) (188 carrés dents) (229 carrés dents)

je peut faire 9 étages et il lui reste 32 carrés dents. je lui manque 3 carrés dents pour faire le 10ème étage.

2)  $229 + (3 \times 3 + 2 \times 18) + (3 \times 3 + 2 \times 20) + (3 \times 3 + 2 \times 22) + (3 \times 3 + 2 \times 24) + (3 \times 3 + 2 \times 26) + (3 \times 3 + 2 \times 28) + (3 \times 3 + 2 \times 30) + (3 \times 3 + 2 \times 32)$

701.

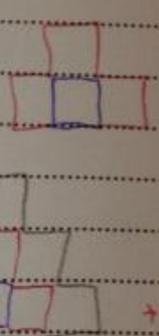
Il faut 701 carrés dents pour 18 étages

### Exemple: Raisonner - Communiquer

Le groupe est précis dans l'explication de ce raisonnement original « par découpage » (schémas + calculs numériques)

Réponse au problème 2 avec la narration de la recherche du groupe

étage	n. de BOIS	Bois ajoutés pour un étage en plus
1	5	9
2	13	13
3	26	17
4	43	21
5	65	25
6	93	29
7	118	33
8	151	37
9	188	41
10	229	



1- Pour passer du 1<sup>er</sup> étage au 2<sup>e</sup> étage on rajoute 9 bois.

2- Pour passer du 2<sup>e</sup> au 3<sup>e</sup> on rajoute 13 bois soit le nombre de bois ajoutés précédemment plus 4 bois ( $9 + 4 = 13$ )

3- Pour passer du 3<sup>e</sup> au 4<sup>e</sup> on rajoute le nombre de bois ajoutés précédemment plus 4 bois = ( $13 + 4 = 17$ )

Etc...

A 9 étages il y a 188 et à 10 étages il y a 229  
 $188 < 220 < 229$   
donc il y a 9 étages complets.

2- On utilise la même procédure jusqu'à 18 étages et on trouve 701 bois.  
Il faut donc 701 bois pour 18 étages.

### Exemple: Reasonner - Communiquer

Le raisonnement est bien expliqué grâce à la narration de leur recherche, la production de tableaux...

Réponse au problème 2 avec la narration de la recherche du groupe

Nous avons commencé par reproduire les étages en comptant les piques de bois nécessaires à former un carreau. Nous obtenons les résultats suivants:

Étage	Nombre de piques	Cumul
1	4	4
2	9	13
3	13	26
4	17	43
5	21	64

Nous remarquons qu'en ajoutant 4 piques à un étage on obtient le nombre de piques de l'étage suivant, excepté pour le deuxième étage. Donc nous pouvons continuer le tableau jusqu'à arriver à 220 piques.

Étage	Nombre de piques	Cumul
1	4	4
2	9	13
3	13	26
4	17	43
5	21	64
6	25	89
7	29	118
8	33	151
9	37	188
10	41	229

~~188~~  $220 - 188 = 32$

Il restera 32 piques et il y aura 9 étages complets.

## Exemple : Tentative originale de dénombrement - Persévérance

de la recherche du groupe

Prob 2 + Quest

18  
17  
16  
15  
14  
13  
12  
11  
10  
9  
8  
7  
6  
5  
4  
3  
2  
1

19 + 69 + 67 + 57 + 53 + 49 + 45 +  
37 + 33 + 29 + 25 + 21 + 17 + 13 + 13 = 701 Piques bois pour 18 étages

Prob 2 Quest

➔

① En vidant les deux tonnelets on obtient 220 piques bois.  
- Une figure à 9 étages est composée de 188 piques en bois.  
- Une figure à 10 étages est composée de 229 piques en bois.

On pourra donc faire 9 étages seulement avec les 220 piques et il restera 32 piques bois.

### Exemple : Initiative TICE

	A	B	C
1	étages	n. BOIS	n. de BOIS aj.
2	1	4	9
3	2	13	13
4	3	26	17
5	4	43	21
6	5	64	25
7	6	89	29
8	7	118	33
9	8	151	37
10	9	188	41
11	10	229	45
12	11	274	49
13	12	323	53
14	13	376	57
15	14	433	61
16	15	494	65
17	16	559	69
18	17	628	73
19	18	701	77
20	19		
21	20		
22	21		
23	22		
24	23		
25			

	nombre de pic pour l'étage sans sol	nombre de pics totaux sans sols	nombre de pics total avec sols	nombre de pics a rajouter pour le sol pour un étage
1	3	3	4	1
2	7	10	13	3
3	11	21	26	5
4	15	36	43	7
5	19	55	64	9
6	23	78	89	11
7	27	105	118	13
8	31	136	151	15
9	35	171	188	17
10	39	210	229	19
11	43	253	274	21
12	47	300	323	23
13	51	351	376	25
14	55	406	433	27
15	59	465	494	29
16	63	528	559	31
17	67	595	628	33
18	71	666	701	35
	x= nombre d'étage			
calculs	pour savoir le nombre de pic pour faire un étage	pour calculer les pic du sol , on cherche le nombre de carrés qu'il y aura dans l'étage le plus bas		
	$3+4*x$	$1+2*x-1$		