

Rallye mathématique du 16 mars 2016 : éléments de réponse
(Pas de réponse ici pour les questions qui ne peuvent se traiter qu'in situ !)

Étape 0 : Énigmes

Énigme 1 : l'algorithme de Kaprekar

Exemple 1: $325 \rightarrow 532-235=297 \rightarrow 972-279=693 \rightarrow 963-369=594 \rightarrow 954-459=495 \rightarrow 954-459=495 \rightarrow \dots 495$

Exemple 2 : $113 \rightarrow 311-113=198 \rightarrow 981-189=792 \rightarrow 972-279=693 \rightarrow 963-369=594 \rightarrow 954-459=495 \rightarrow \dots 495$

Surprise, l'algorithme boucle sur le nombre 495.

Explication : Soit un nombre à 3 chiffres a, b et c (avec $a \leq b \leq c$).

À la première étape, on calcule : $\overline{cba} - \overline{abc} = (100c + 10b + a) - (100a + 10b + c) = 99(c-a)$ où $(c-a)$ est un nombre entier entre 1 et 9 [on suppose que les 3 chiffres de départ ne sont pas identiques, sinon le calcul s'arrête tout de suite : on trouve 0, et on reste à 0].

À cette première étape, on obtient donc l'un des 9 multiples de 99 : 099, 198, 297, 396, 495, 594, 693, 792, 891 ou 990. Il suffit de vérifier que ces 9 nombres conduisent à 495 !

C'est déjà observé dans les deux exemples ci-dessus pour 198, 297, 396, 495, 594, 693, 792 et 891

(les chiffres de ces nombres apparaissent à un moment donné dans l'un des enchainements).

Et pour les autres, un seul cas à traiter : $990-99 = 891 \rightarrow 792 \rightarrow 693 \rightarrow 594 \rightarrow 495$

Énigme 2 : le gardien de Jacquemart

(Juniors) : $2 \times 17 - 7 \times 0,5 - 3 \times 0,5 - 5 - 2 \times 1 = 22$ F

(Seniors) : Augustin a perdu 11 francs. La question revient à chercher si l'on peut écrire 11 comme somme de 9 ou 10 nombres égaux à 5, 1 ou 0,5. Un de ces nombres, et un seul, est 5 (impossible d'atteindre 11 s'il n'y a pas un 5, et impossible d'avoir 9 ou 10 nombres s'il y a plus de un 5).

Reste ensuite à obtenir 6 comme somme de 8 ou 9 nombres 1 ou 0,5.

On essaye successivement

- Sans nombre 1 : pour atteindre 6, il faut alors 12 nombres 0,5 \rightarrow à exclure (cela fait 12 nombres)
- Avec un nombre 1 : il faut alors 10 nombres 0,5 \rightarrow à exclure (cela fait 11 nombres)
- Avec deux nombres 1 : il faut alors 8 nombres 0,5 \rightarrow à exclure (cela fait 10 nombres)
- Avec trois nombres 1 : il faut alors 6 nombres 0,5 \rightarrow ça marche (cela fait 9 nombres)
- Avec quatre nombres 1 : il faut alors 4 nombres 0,5 \rightarrow ça marche (cela fait 8 nombres)
- Avec cinq nombres 1 : il faut alors 2 nombres 0,5 \rightarrow à exclure
- Avec six nombres 1 : pas de nombre à 0,5 \rightarrow à exclure

Augustin a donc subi une retenue de 5 F pour tocsin non sonné, trois (resp. quatre) de 1 F pour retard de tocsin et six (resp. quatre) de 0,5 F pour mauvais réglage.

Étape 1 : La chaussure du sonneur

1. Estimation de la taille (en mètres) du propriétaire de cette chaussure :

En général, les élèves ont reporté leurs pieds pour couvrir la longueur de la chaussure ; ils ont ensuite multiplié leur taille par le nombre de reports.

2. Nombre de coups sonnés par le Jacquemart (Juniors) hier ou (Seniors) le mois dernier :

(Juniors) : $6+7+8+9+10+11+12+1+2+3+4+5+6+7+8+9+10 = 118$

(Seniors) : $118 \times 29 = 3422$

L'erreur classique a été de compter 13 coups pour 13h

Fil rouge : un des métiers de notre personnage fil rouge

On attendait astronome, mais il y a eu aussi gardien de phare, contrebandier, astrologue, gardien de prison

Étape 2 : Des cercles de pierre

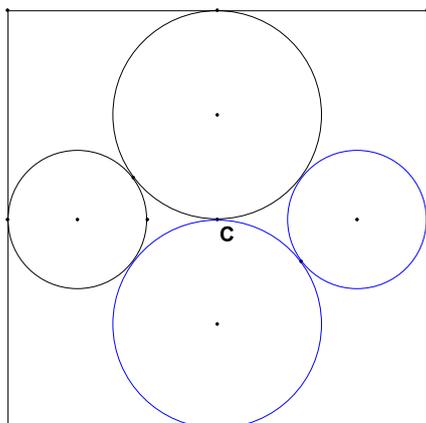
1. Quel est le nombre de cercles (complets ou non) dessinés ? 11
2. Quel est le nom du polygone formé par le muret de la fontaine ? Un dodécagone

Fil rouge : en quelle langue écrivait le personnage fil rouge ? arabe

Étape 3 : la belle collégiale

Fil rouge : donnez les années de naissance et de mort du personnage fil rouge. 780-850
 (la plaque concernait le pape Jean XXIII né en 1881 et mort en 1963)

Epreuve 2 :



Il suffit de construire les symétriques des centres des deux cercles par rapport au point C.
 En traçant le segment joignant les deux centres donnés, on obtient le point de contact des deux cercles ; on a ainsi le rayon du petit cercle.
 Soit R le rayon du grand cercle et r le rayon du petit cercle. Les deux centres et le point C forment un triangle rectangle en C.
 En appliquant le théorème de Pythagore à ce triangle rectangle on obtient
 $(r + R)^2 = (2R - r)^2 + R^2$ ce qui donne $r = 2/3 R$. Le rapport des aires des deux disques est donc de 9/4

Étape 4 : La place publique

Fil rouge : pays de notre personnage fil rouge : Ouzbékistan
 (Deux perles rencontrées : houze be kistan ou encore ouze bet ki stent).

Étape 5 : Les chaussons de Thérèse

Fil rouge : nom de notre personnage fil rouge :

A	L	G	O	R	I	T	H	M	E
+0	+26	+4	+8	+9	+9	-11	-8	+0	+4
A	L	K	W	A	R	I	Z	M	I

Les mots croisés du rallye

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	M	A	T	H	E	M	A	T	I	Q	U	E	S		T
2	O	G	R	E		A	P	I	C	U	L	T	E	U	R
3	I	I	I		A	I	L	E		I	M	A		L	I
4	N		B	A	R	N	A	R	D			G	A	T	E
5	S	P	O	R	T		T	S	E	T	S	E		I	R
6		R	U	A	D	E			C	I	E	R	G	E	
7	C	O	L	L	E	G	I	A	L	E	S		A	M	I
8	O	I	E		C	O	U	R	I	R		N	I	E	R
9	R	E	T	R	O		T	E	N	S	I	O	N		A