

LOGO ACADEMIQUE

Olympiades inter-académiques de mathématiques



Classes de quatrième

Concours René Merckhoffer

Mardi 27 mars 2018

Durée de l'épreuve : 2 heures

Les calculatrices et le matériel de géométrie sont autorisés.

Les quatre exercices sont à traiter. Les candidats sont invités à faire figurer sur les copies les traces de leurs recherches et les résultats, même partiels, auxquels ils sont parvenus.

Exercice 1

Développement décimal

1. Quand on effectue la division de 28 par 27, on trouve 1,037037037037...

La division posée permet d'obtenir une écriture décimale périodique illimitée du quotient $\frac{28}{27}$.

La période de cette écriture est composée de trois chiffres (ici 037) qui se répètent. La 5^e décimale est 3.

Quelle est la 52^e décimale de $\frac{28}{27}$?

2. Quand on effectue la division de 19 par 13, on trouve 1,461538461538461538...

De combien de chiffres est composée la période ?

Quelle est la 100^e décimale de $\frac{19}{13}$?

3. Quand on effectue la division de 9 533 par 270, on trouve 35,30740740740...

De combien de chiffres est composée la période ?

Quelle est la 1 000^e décimale de $\frac{9\,533}{270}$?

4. L'écriture décimale de $\frac{1}{97}$ fait apparaître une période de 96 chiffres.

Quel est le 96^e chiffre de cette période ?

Exercice 2

Code secret

Les participants à un jeu cherchent à sortir d'une pièce équipée d'un digicode dont le pavé numérique est constitué des dix chiffres de 0 à 9. Ils doivent pour cela découvrir le code à composer et disposent des deux indices suivants :

Premier indice

Le code est une combinaison ordonnée de quatre chiffres différents pouvant constituer un nombre.

Ce nombre doit être inférieur ou égal à 2 018.

Par exemple, 0 6 2 7 est un code correspondant au nombre 627.

Combien de codes différents peut-on composer ?

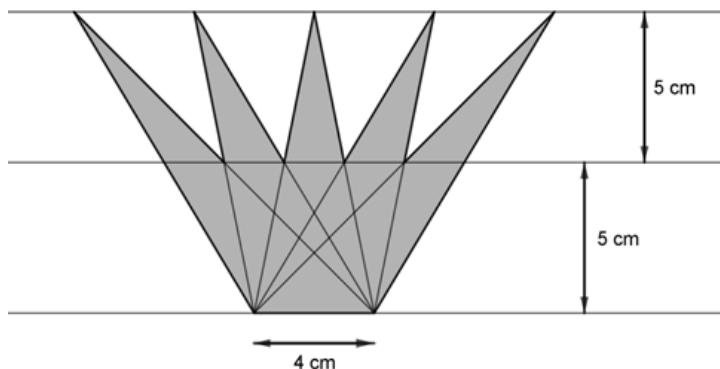
Second indice

Parmi tous les codes différents que l'on peut composer avec le premier indice, celui qui permet de sortir de la pièce est tel que :

- le nombre formé par le chiffre des milliers et celui des centaines est le double du nombre formé par le chiffre des dizaines et celui des unités ;
par exemple pour 1 809, 18 est le double de 09 ;
- la somme des quatre chiffres du code est paire et non divisible par 9.

Quel est ce code ?

Exercice 3 La couronne

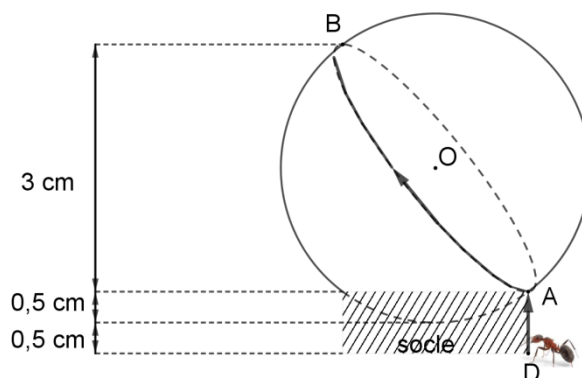
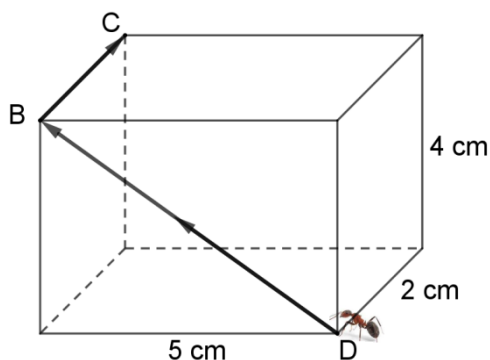


Les sommets du polygone grisé représenté ci-contre sont situés sur des droites parallèles espacées de 5 cm. La « base » a pour longueur 4 cm.

Quelle est l'aire de ce polygone ?

Exercice 4 Les fourmis

1. Voici ci-dessous deux solides : un pavé droit et une boule sur lesquels se déplacent deux fourmis.

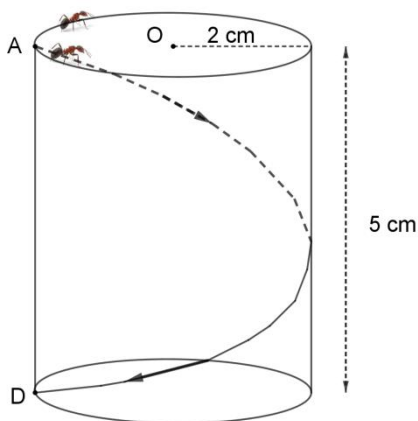


La fourmi n°1 se déplace sur le pavé droit en suivant le parcours formé par les segments [DB] et [BC].

La fourmi n°2 se déplace sur une boule de centre O et de rayon 2 cm qui repose sur un socle de 1 cm de hauteur. Elle part du point D, va en A en suivant le segment [DA], puis rejoint le point B selon le grand cercle de diamètre [AB].

Quelle fourmi parcourt le chemin le plus court ?

2. Deux fourmis se déplacent sur un cylindre de rayon 2 cm.



La fourmi n°1, part du point A et décrit le cercle supérieur du cylindre, plusieurs fois de suite.

La fourmi n°2, quant à elle, se déplace sur le cylindre en suivant le tracé fléché de A à D, en prenant le plus court chemin, puis remonte en A par le même chemin.

Les deux fourmis débutent leur parcours au même instant et se déplacent à la même vitesse, supposée constante.

- Est-ce que la fourmi n°2 rencontrera la fourmi n°1 à son retour en A ?
- Imaginons que les deux fourmis continuent de se déplacer de la sorte sans s'arrêter. Pourront-elles se rencontrer à un moment donné en A ?