


Trimestre 2 Exercice type Bac Logiciels utilisés : GeoGebra (graphique, calcul formel) / Python	Chapitre 4 : Dérivation Fiche Professeur	
--	---	---

❖ **Objectifs** : Revoir les notions traitées en cours autour d'un thème concret, parlant aux élèves. Utiliser des logiciels soit pour aider à la résolution (programmation), soit pour afficher un résultat et être capable ensuite d'analyser la capture d'écran.

❖ **Prérequis** : Fonction dérivable, nombre dérivé, équation de la tangente en un point, fonctions dérivées de fonctions usuelles et opérations sur les fonctions dérivées.

❖ **Compétences mathématiques**

Rappel des 6 compétences :

- **chercher**, expérimenter, en particulier à l'aide d'outils logiciels ;
- **modéliser**, faire une simulation, valider ou invalider un modèle ;
- **représenter**, choisir un cadre (numérique, algébrique, géométrique...), changer de registre ;
- **raisonner**, démontrer, trouver des résultats partiels et les mettre en perspective ;
- **calculer**, appliquer des techniques et mettre en œuvre des algorithmes ;
- **communiquer** un résultat par oral ou par écrit, expliquer une démarche.

❖ **Compétences liées au chapitre, partie analyse :**

- _ calculer la pente d'une sécante,
- _ déterminer l'équation de la tangente en un point à la courbe représentative d'une fonction,
- _ calculer le nombre dérivé en un point

❖ **Compétences transversales**

Cette résolution de problème nécessite également :

- _ des connaissances : notion de tangente, d'une liste en programmation (Python), du calcul de la dérivée.
- _ des méthodes : utiliser la dérivée pour calculer l'équation de la tangente en un point.
- _ des stratégies : lire et interpréter une courbe, un logiciel de calcul formel (GeoGebra).

❖ **Compétences liées au chapitre, partie algorithme et programmation (Python):**

- _ Consolider la notion de fonctions
- _ Générer une liste, ajouter des éléments à une liste

❖ **Question ouverte** : dans la dernière question (partie 3 _ question2) concernant l'avis du pharmacien, la recherche mathématique et la prise d'initiative sont laissées aux élèves. Cependant, une aide est proposée pour ceux qui n'arriveraient pas à faire le lien entre l'action du médicament et la pente de la droite entre 2 heures données.

Correction :

Un médicament contre la douleur est administré par voie orale.

La concentration du produit actif dans le sang, en milligrammes par litres de sang, est modélisée par la fonction $C(x) = x^3 - 12x^2 + 36x$, où $x \in [0 ; 6]$.

Le produit actif est efficace si la concentration dans le sang est supérieure à 5mg/L.

Partie 1 : Algorithme et programmation en Python

On souhaite écrire un algorithme pour connaître les heures pour lesquelles le produit est actif.

1) [MODELISER] Compléter l'algorithme puis le codage Python.

Algorithme :

Fonction *produit_actif*

Liste *intervalle* = vide

Pour t allant de 0 à 6

 Si $t^3 - 12t^2 + 36t \geq 5$

 Ajouter t à la liste *intervalle*

 Fin Si

Fin Pour

Afficher *intervalle*

Codage Python :

```
def produit_actif () :
```

```
    intervalle = [ ]
```

```
    for t in range (0,7) :
```

```
        if t**3-12*t**2+36t>=5 :
```

```
            intervalle.append(t)
```

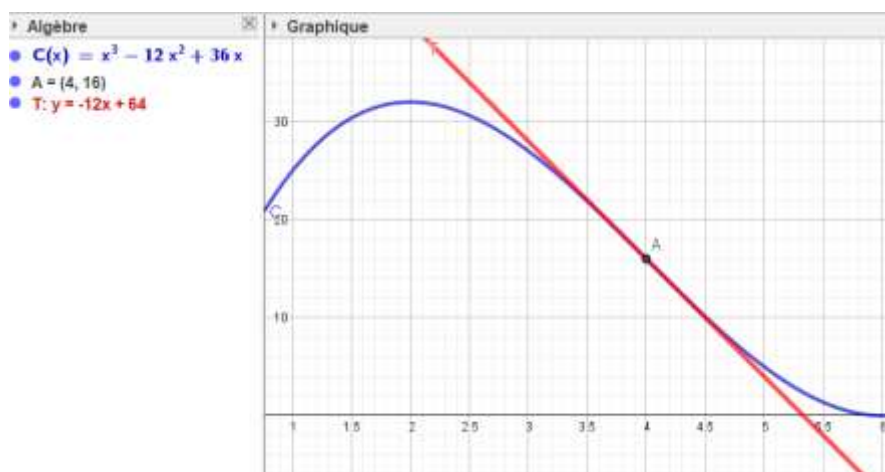
```
    return intervalle
```

2) [COMMUNIQUER] Exécuter le programme Que contient la liste *intervalle* à la fin du programme ? Interpréter le résultat.

On obtient la liste [1, 2, 3, 4, 5].

Le médicament est actif entre 0 et 5h (5^{ème} heure incluse). Il faut administrer à nouveau le médicament au bout de 6h à partir de $x=5$).

Partie 2 : Analyse graphique



- 1) [COMMUNIQUER] Au bout de combien de temps la concentration du produit est-elle maximale ? Estimer cette concentration maximale à 1mg/ℓ près.

Au bout de deux heures (abscisse du sommet de la courbe) la concentration du produit semble maximale. Cette concentration maximale à 1mg/ℓ près est d'environ 32mg/ℓ (ordonnée du sommet).

- 2) a) [CALCULER] Sur quel intervalle la fonction C est dérivable ? Calculer sa dérivée.

C est une fonction polynôme dérivable sur \mathbb{R} .

$$C'(x) = 3x^2 - 24x + 36$$

- b) [CHERCHER] Quelle information nous donne la capture d'écran suivante ? Vérifier par le calcul.

La tangente T à la courbe représentative C au point d'abscisse 4 a pour équation $y = -12x + 64$.

Vérification :

$$f(4) = 4^3 - 12 \times 4^2 + 36 \times 4 = 16$$

$$f'(4) = 3 \times 4^2 - 24 \times 4 + 36 = -12$$

Equation T de la tangente à C en $x = 4$:

$$y = f'(4) \times (x - 4) + f(4) = -12(x - 4) + 16 = -12x + 64$$

Partie 3 : Analyse de la fonction

- 1) [REPRESENTER] Un logiciel de calcul formel affiche les inéquations suivantes :

► Calcul formel	
1	Résoudre($C(x) - (-12x + 64) > 0$)
<input type="radio"/>	→ $\{x > 4\}$
2	Résoudre($C(x) - (-12x + 64) < 0$)
<input type="radio"/>	→ $\{x < 4\}$

En déduire la position relative de la courbe représentative de C par rapport à la droite T .

C est en dessous de la tangente T sur l'intervalle $[0, 4]$ et C est au-dessus de la tangente T sur l'intervalle $[4, 6]$.

- 2) [RAISONNER] Un pharmacien affirme que la concentration du produit actif dans le sang diminue plus rapidement entre 2h et 4h qu'entre 4h et 6h après avoir pris le médicament. Que pensez-vous de cette affirmation ?

AIDE : Comparer les pentes de la droite (D1) passant par les points de C d'abscisse 2 et 4 et de la droite (D2) passant par les points de C d'abscisse 4 et 6.

$$\text{Pente de (D1)} : \frac{C(4) - C(2)}{4 - 2} = \frac{16 - 32}{2} = -\frac{16}{2} = -8.$$

$$\text{Pente de (D2)} : \frac{C(6) - C(4)}{6 - 4} = \frac{0 - 16}{2} = -\frac{16}{2} = -8$$

Les pentes sont égales donc l'affirmation du pharmacien est fausse.