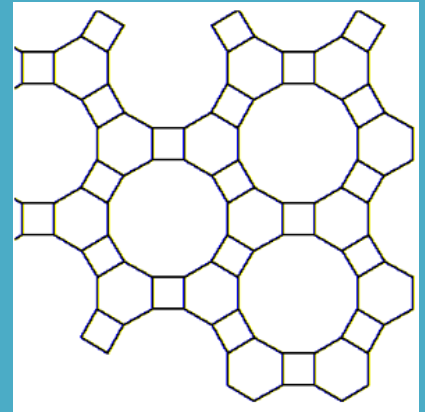


Butterfly de M.C. Escher - 1948

## PAVAGE ET CRÉATION



Pavage grand  
rhombitrihexagonal.

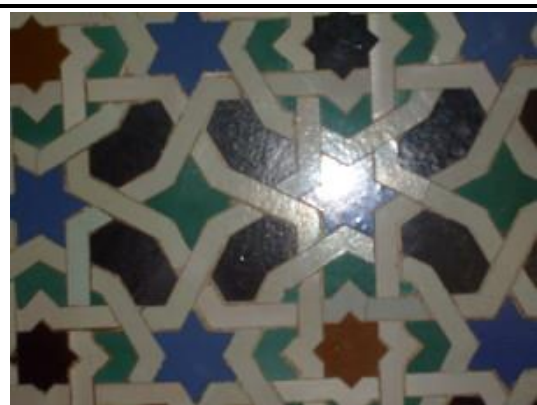
### I. DÉFINITION DU PAVAGE

- ☐ Mathématiquement c'est un **recouvrement** complet du plan sans trou ni superposition. Le motif de base s'appelle une "tuile".  
Le principe est ensuite de recopier la tuile et de la déplacer pour compléter le pavage. Quels déplacements sont alors possibles ?
- ☐ Les déplacements consistent à étudier les différentes transformations du plan : **la symétrie axiale, la symétrie centrale, la rotation et la translation.**
- ☐ Les **motifs** des pavages peuvent être de plusieurs types. Ils sont très présents dans l'architecture musulmane.

\_ Ci-dessous, voici des motifs de pavage utilisés à Séville en Espagne au palais de l'**Alcázar** de Ségovie :

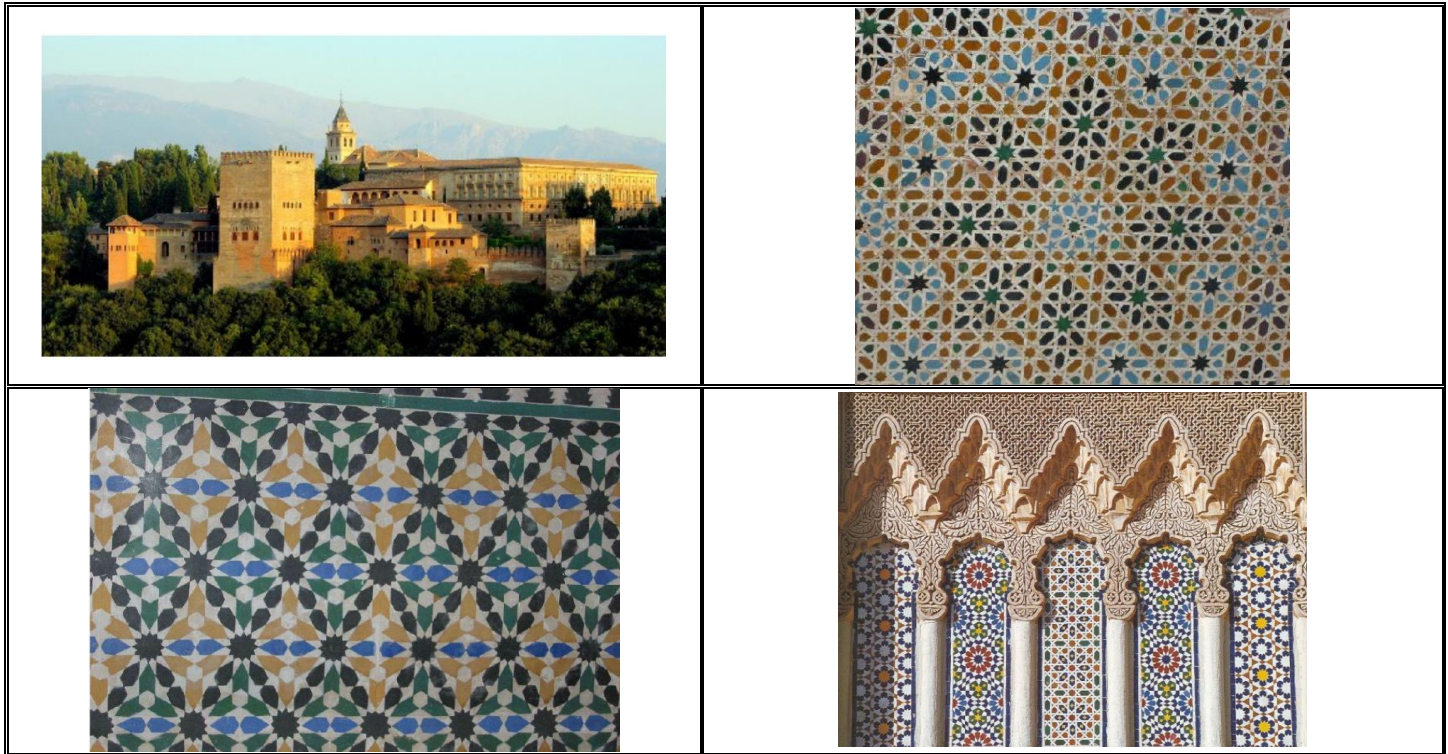


Ce château fortifié, l'une des résidences préférées des Rois de Castille.



Source : <http://mhab.over-blog.com/article-qu-est-ce-qu-un-pavage-61774898.html>

\_Ci-dessous, voici des motifs de pavage utilisé au palais de l'**Alambra** de Grenade, en Andalousie.



Source : [http://www.apmep.fr/IMG/pdf/3\\_diapo\\_alhambra-12\\_mars.pdf](http://www.apmep.fr/IMG/pdf/3_diapo_alhambra-12_mars.pdf)

## II. ORIGINE DU PAVAGE EN FRANCE : LES PAVÉS



L'histoire nous apprend que les phéniciens (peuple antique du Liban actuel) revêtaient d'un dallage les voies royales et les abords des palais. Mais c'est aux **romains** que revient la pratique d'habiller les chaussées circulées empruntées par les légions et les chars, de lourdes dalles de pierre généralement assemblées en « opus incertum » posé sur béton de chaux et terre compactée.

C'est à partir du XII<sup>ème</sup> siècle, à l'instigation de Philippe Auguste, qu'on commença à revêtir les rues de la capitale de grès tiré des carrières de Fontainebleau.

Puis François I<sup>er</sup> et Henri IV poursuivent l'œuvre de Philippe Auguste sans pour autant la mener à bien car sous Louis XIII, époque à laquelle on remplaça les carreaux et les rabots par les « Pavés du roi », il restait encore beaucoup à faire!

C'est donc au XVII<sup>ème</sup> siècle qu'appartient « l'invention du pavé », du moins tel qu'on peut le voir dans la cour de Versailles ou dans celles des Hôtels particuliers du Marais.

Au XIX<sup>ème</sup> siècle, qui vit l'achèvement des grands travaux de voirie et celui du revêtement des chaussées de la capitale et de celles de toutes les grandes villes, on mit définitivement au point le pavé granite dit « mosaïque » en même temps qu'on expérimenta le pavé de bois.

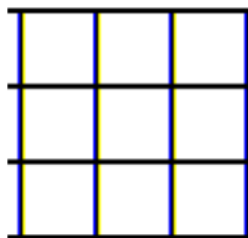




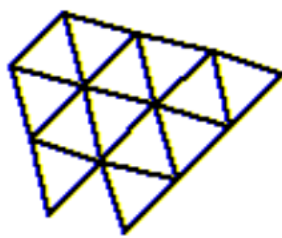
### III. LES DIFFÉRENTS TYPES DE PAVAGE

#### □ Les pavages réguliers

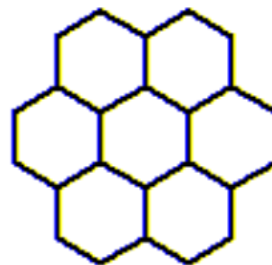
Un pavage est dit **régulier** s'il est la répétition d'un seul polygone régulier.



Pavage carré



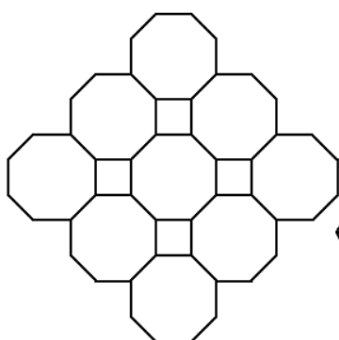
Pavage triangulaire



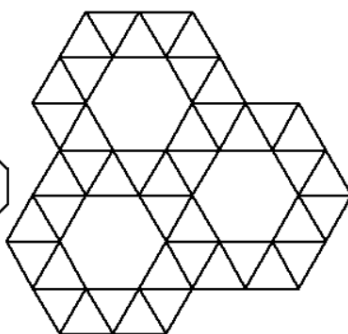
Pavage hexagonal

#### □ Les pavages semi-réguliers

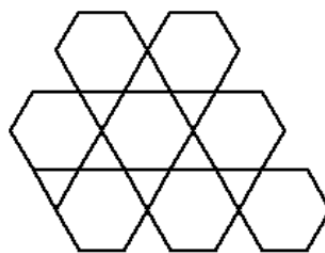
Un pavage est dit **semi-régulier** s'il est la répétition d'un ou plusieurs polygone(s) régulier(s), chaque sommet devant appartenir au même nombre et sorte de polygone régulier.



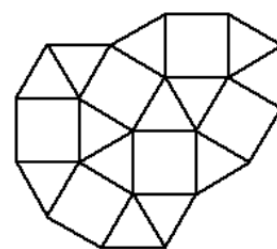
pavage carré tronqué.



pavage hexagonal adouci



pavage trihexagonal

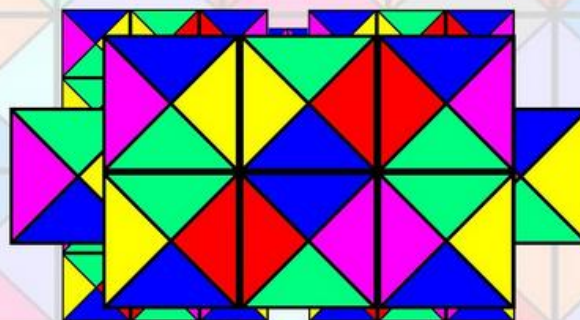


pavage carré adouci

#### □ Les pavages périodiques

On dit qu'un pavage est **périodique** s'il se répète au moins par une translation. Les tuiles ne sont pas forcément des polygones réguliers.

#### Exemple de pavage périodique



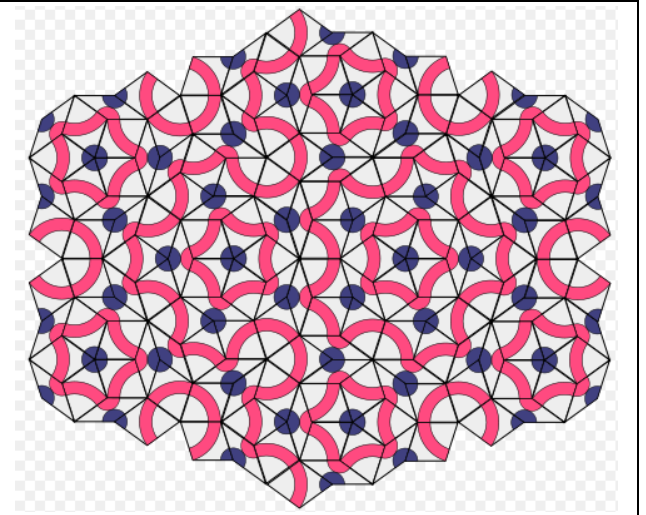
## □ Les pavages à tuile unique

Il existe cinq façons de paver le plan sans retourner les carreaux :

- \_ translation du motif ou
- \_ rotation du motif de  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $120^\circ$  et  $180^\circ$  (symétrie centrale).

Si l'on retourne les carreaux, on trouve 12 façons supplémentaires de paver le plan.

Ci-contre : Un exemple de **pavage de Penrose** avec les tuiles apériodiques.



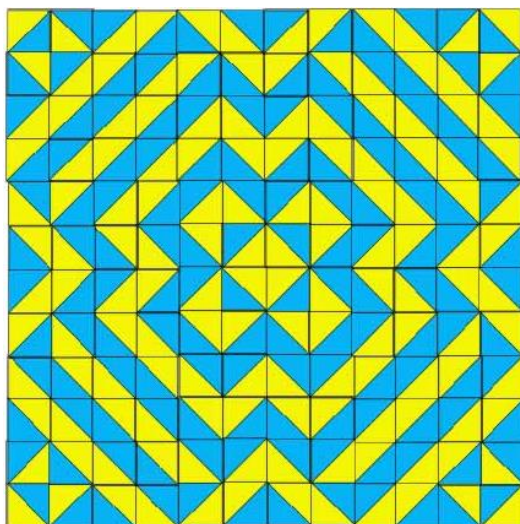
## IV. QUELQUES ARTISTES CÉLÈBRES

### □ Les pavages de Truchet

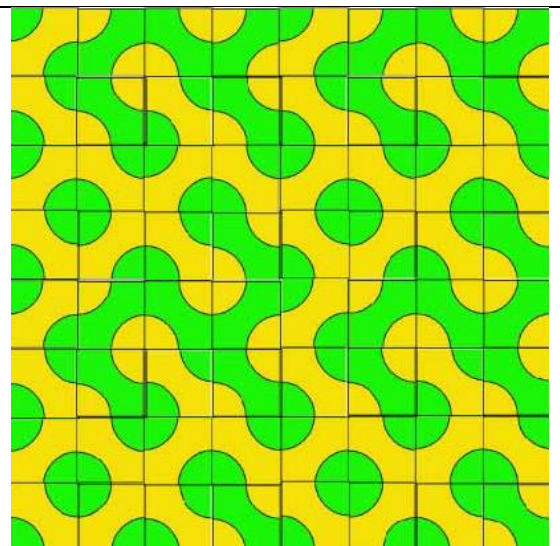
Du nom du Père Sébastien TRUCHET, un religieux membre de l'Académie des sciences qui a vécu tout le siècle de LOUIS XIV (né à Lyon en 1657 et mort en 1729) et qui fut l'un des premiers à étudier la théorie des pavages, après les recherches pionnières du grand astronome KEPLER au début du XVIIe siècle et ceci parmi une multitude d'intérêts et de travaux dans des domaines fort divers. Il fut notamment à son époque l'un des grands spécialistes des canaux fluviaux, mais aussi le véritable inventeur du point typographique et d'innombrables machines (canons, machines à transplanter les arbres, cadrans solaires, etc.)



**Jean Truchet**, en religion **le Père Sébastien** est un inventeur français dans le domaine des mathématiques, de l'hydraulique, du graphisme et de la typographie, né à Lyon en 1657, et mort le 5 février 1729.



Pavage de Truchet simple



Pavage de Truchet étendu

Source : <http://jean-luc.bregeon.pagesperso-orange.fr/Page%200-27.htm#truchet1>

## □ L'artiste contemporain Jean Claude Ferry

Indubitablement, il apparaît que les pavages de Truchet, par leur aspect esthétique, peuvent permettre de faire un lien entre les activités géométriques et les Arts Visuels.

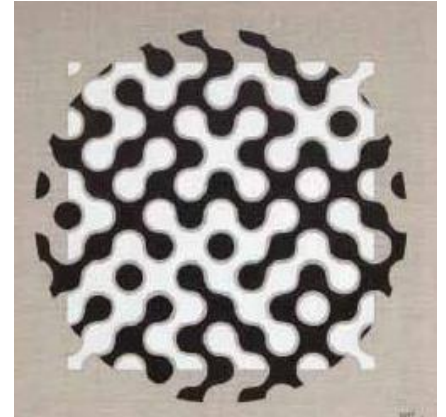
Un artiste contemporain, **Jean-Claude Ferry**, en a fait un sujet d'inspiration :



Jean Claude Ferry : auteur, passé de l'éducation religieuse à l'athéisme, et d'une profession bancaire à la création et la vente d'œuvres d'art plastique.



*Mose*



*La Terre et le Ciel*

## □ M. C. Escher : un artiste peintre qui utilise les transformations géométriques.

### Biographie :

**Maurits Cornelis ESCHER** est né le 17 juin 1898 au PAYS-BAS. Son père est ingénieur hydraulicien. Alors que ses frères ont des cursus scolaires scientifiques, il semble que les seuls points lumineux de ses études secondaires soient les cours de dessin. Ce qui est sûr, c'est qu'il ne manifeste aucun don pour les mathématiques et la physique ! Très jeune, il reçoit des leçons de menuiserie et l'amour du travail du bois se révéla à lui à cette époque. Un de ses professeurs du lycée d'Arnheim, F.W. Van der Haagen, l'initie à la *gravure sur linoléum*, contribuant ainsi à développer ses dispositions pour l'art graphique.



Le plus souvent, il sillonne la Méditerranée en bateau. A l'occasion d'un de ses voyages, il négocie avec une compagnie de cargos, qui accepte, le prix de la traversée contre des gravures dont le thème se rapporterait aux bateaux et aux ports desservis par le cargo. De cette façon, il visite notamment l'*Alhambra de Grenade*, dont les motifs mauresques répétitifs le fascinent, et qui constitueront la base de son travail sur le "*remplissage périodique du plan*".

Il fuit l'Italie fasciste en 1935, se fixe deux ans en Suisse, où il ne se plaît pas du tout, puis cinq ans à Bruxelles. En 1941, il revient à Baarn, en Hollande où il réalise son oeuvre la plus riche. Il meurt à 73 ans, le 27 mars 1972.

Source : [http://mcescher.frloup.com/maths\\_escher.php](http://mcescher.frloup.com/maths_escher.php)

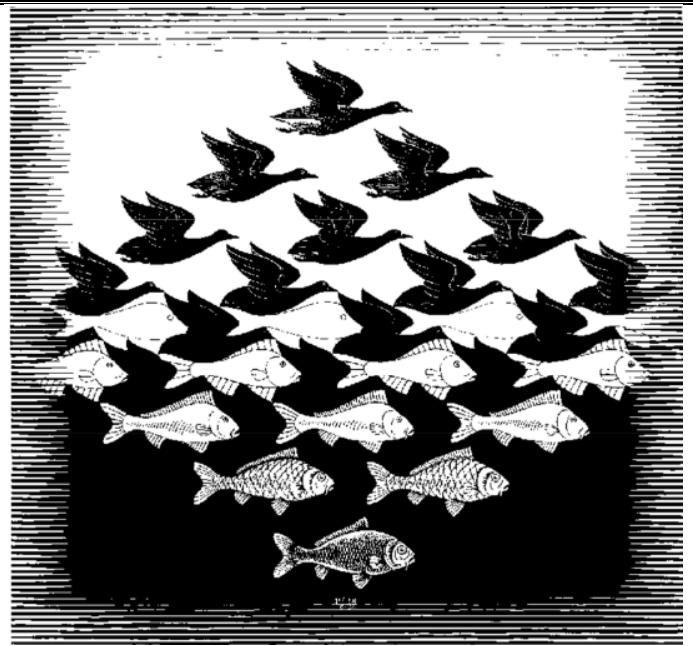


Voici quelques œuvres d'Escher :



**Reptiles (1943)**

Une œuvre qui présente des rotations.

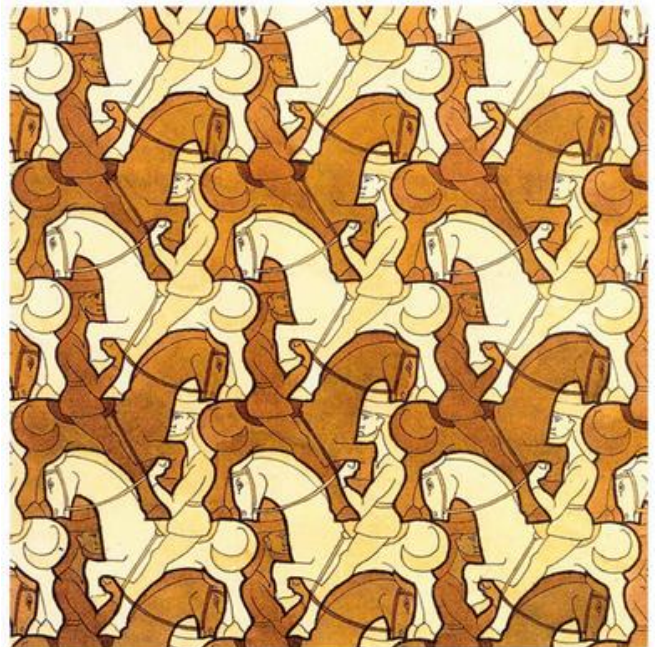


**Sky and Water 1 (1938)**

Cette œuvre présente une série de translations. Une translation est le déplacement ou le glissement d'une figure dans une direction donnée. Cette transformation géométrique conserve les mesures et l'orientation de la figure de départ.



**Liberation (1955)**



**Cavaliers (1957)**

Cette œuvre présente une série de translations.

Source : [http://www.apmep.fr/IMG/pdf/I\\_Pavages\\_du\\_plan\\_ESCHER.pdf](http://www.apmep.fr/IMG/pdf/I_Pavages_du_plan_ESCHER.pdf)

## □ Les pavages de Penrose

### Biographie :

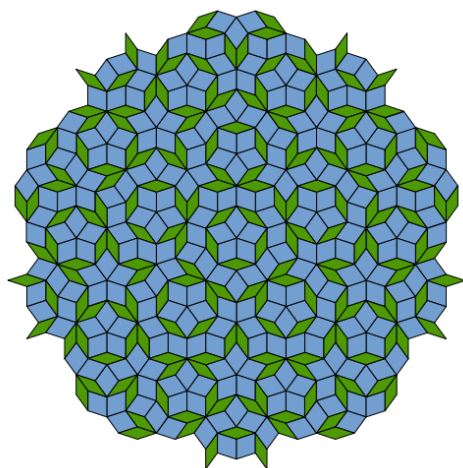
**Roger Penrose** (né à Colchester en 1931) est un physicien et mathématicien britannique.

Il enseigne les mathématiques à Londres où il élabore la théorie décrivant l'effondrement des étoiles sur elles-mêmes, entre 1964 et 1973, et où il rencontre le célèbre physicien Stephen Hawking. Ils travaillent alors à une théorie de l'origine de l'univers, Penrose y apportant sa contribution mathématique à la théorie de la relativité générale appliquée à la cosmologie et à l'étude des trous noirs.

En 1974, il publie un article où il présente ses premiers pavages non périodiques : les pavages de Penrose. On lui doit quelques objets impossibles, tels le triangle de Penrose (ci-dessous).



*Roger Penrose, debout sur le pavage de Penrose du foyer de l'institut Mitchell, Texas A&M University(2010)*



Pavages en losanges

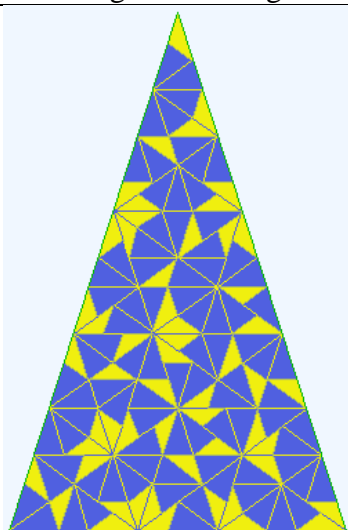
### Qu'est ce qu'un pavage de Penrose ?

En géométrie, les **pavages de Penrose** sont des pavages du plan découverts par le mathématicien et physicien britannique Roger Penrose dans les années 1970.

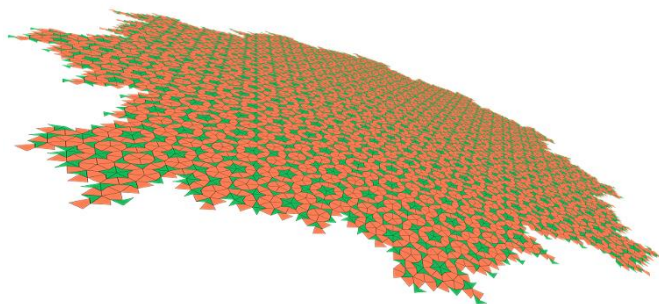
On retrouve ces pavages dans la structure des « quasi-cristaux », très importants en physique.

Il suffit de deux « motifs » pour paver le plan.

On a trouvé de multiples et très étroites relations entre le **nombre d'or**, les **suites de Fibonacci** et les pavages de Penrose.



**A gauche : pavage de Penrose avec des triangles d'Or**



Source : <http://mathematiques.ac-bordeaux.fr/pedalyc/seqdocped/geoplane/penrose/penrose.htm>  
<http://lmrs.univ-rouen.fr/Vulgarisation/Penrose/penrose.html>