FICHE méthode 9

Résolution d'équations

Vidéo à consulter :

https://www.youtube.com/watch?v=kedHaq0ga5Y

Méthode:

I) Introduction

Une équation est une expression dans laquelle il y a toujours : un **signe égal** et une **inconnue**.

Exemple : $3x + 5 = 6x - 2$ est une équation d'inconnue x.

Une équation possède toujours **deux membres** : l'un situé à gauche du signe égal, l'autre situé à droite du signe égal.

Dans l'exemple ci-dessus : $3x + 5$ est le membre de gauche de l'équation, $6x - 2$ est le membre de droite.

Résoudre une équation, c'est **trouver toutes les valeurs possibles** de l'inconnue, telles que l'égalité soit vraie.
On détermine ainsi **l'ensemble des solutions.**

Exemple : 6 est solution de l'équation $2 + x = 8$ car l'égalité $2 + \mathbf{6} = 8$ est vraie.

II) Techniques de résolution d'une équation :

Règles de transformation des équations :

Propriété 1 (Règle d'addition)
On peut ajouter ou retrancher un même nombre aux deux membres d'une équation : elle reste vraie.
a, b et *c* désignent trois nombres relatifs. Si $a = b$ alors $a + c = b + c$ et $a - c = b - c$

Cette propriété permet de résoudre les équations du type : $x + a = b$.

Exemple : $x + 6 = 11$ on retranche 6 aux deux membres
$x + 6 \mathbf{- 6} = 11 \mathbf{- 6}$ on obtient : $x = 11 - 6 = 5$
(***C'est comme si*** : on passait 6 dans l'autre membre en changeant son signe.)

Propriété 2 (Règle de multiplication)
On peut multiplier ou diviser les deux membres d'une équation par un même nombre **non nul** : elle reste vraie.
a, b et *c* désignent trois nombres relatifs avec $c \neq 0$. Si $a = b$ alors $a \times c = b \times c$ et $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$

Cette propriété permet de résoudre les équations du type $a{\times}x = b$ (ou $a\,x = b$).

Exemple : $8x = 32$ on divise par 8 les deux membres
$\frac{8}{8}x = \frac{32}{8}$ on obtient : $x = \frac{32}{8} = 4$
(***C'est comme si*** : on passait 8 au dénominateur de l'autre membre, mais **sans changer son signe**.)

Quelques cas simples mais parfois sources d'erreurs :

a) $3x = 3$
$x = 1$

b) $3x = -3$
$x = -1$

c) $3x = 0$
$x = 0$

Remarque :
Dans le cas de l'équation c) $3x = 0$ au lieu de diviser les deux membres par 3 on peut utiliser la propriété:

Un produit est nul si et seulement si l'un des facteurs au moins est nul $A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0$ ou $B = 0$.

$3x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 0$ (car $3 \neq 0$).

Résoudre les équations suivantes :

①	②	③
a) $x + 3 = 5$	a) $-3x = 9$	a) $-3x - 2 = 9$
		b) $3(x + 2) = -9$
b) $x + 3 = -5$	b) $-3x = -9$	
c) $3 - x = 5$	c) $-3x = 5$	c) $-(3x - 2) = -9$
f) $-3 - x = 5$	d) $3x = -5$	d) $3(x - 2) = 5 + 7x$

Et avec des fractions :

④		
a) $2x + 3 = \frac{5}{3}$	c) $3x + \frac{5}{3} = -\frac{7}{2}$	e) $3 - \frac{7}{2}x = \frac{7}{9}$
b) $2x - \frac{5}{3} = 5$	d) $\frac{5}{3}x - 3 = -\frac{7}{2}$	f) $-\frac{4}{5} - \frac{7}{6}x = -\frac{7}{6} + x$

Réponses:

①	②	③
a) $x = 2$	a) $x = - 9/3$	a) $x = - 11/3$
b) $x = - 8$	b) $x = 9/3$	b) $x = - (9/3) -2$
c) $x = -2$	*c)* $x = - 5/3$	c) $x = 11/3$
d) $x = -8$	d) $x = - 5/3$	d) $- 11/4 = x$

④		
a) $x = - \frac{5}{3}$	c) $3x + \frac{5}{3} = - \frac{7}{2}$	e) $3 - \frac{7}{2}x = \frac{7}{9}$
b) $2x - \frac{5}{3} = 5$	d) $\frac{5}{3}x - 3 = - \frac{7}{2}$	f) $- \frac{4}{5} - \frac{7}{6}x = - \frac{7}{6} + x$