

$m =$ masse du sac = 30 kg

1) Le test avec le sac sert à trouver k , la constante de raideur de l'élastique : à l'équilibre, on a $\vec{P} + \vec{F} = \vec{0}$ ce qui donne, en norme $m.g = k.(L-L_0)$
Avec $L = H - h = 127 - 92 = 35$ m donc

$$k = \frac{m.g}{(H - h - L_0)} = \frac{30 \times 9,81}{(127 - 92 - 20)} = 19,6 \text{ N/kg}$$

2) Les différentes phases du mouvement sont :

- chute libre tant que l'élastique n'est pas tendu et que sa vitesse est faible.
- avant que l'élastique se tende, si les frottements deviennent grands, une vitesse limite est peut-être atteinte.
- quand la longueur de l'élastique devient plus grande que $L_0 = 20$ m, il se tend : le sauteur ralentit.
- ensuite, il y a une phase d'oscillations amorties.
- enfin, le sauteur se retrouve à l'arrêt, à sa position d'équilibre (la longueur de l'élastique est alors supérieure à L_0).

3) Soit $M =$ masse du sauteur = 80 kg

Le travail du poids du sauteur entre l'instant où il est sur le pont, en A, et l'instant où il est à sa position la plus basse (au bas d'une oscillation, et non pas à l'équilibre) en un point qu'on appelle B, est : $W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = M.g.(H - h_{\min})$

Remarque : La relation ci-dessus est valable avec un axe « des h » orienté vers le haut. De plus, puisque $H > h_{\min}$, le travail du poids va être positif, c'est-à-dire moteur, ce qui est normal puisque le poids favorise le mouvement vers le bas.

4) L'allongement maximal du ressort est l'allongement lorsque le sauteur est le plus bas, en B, c'est-à-dire quand sa hauteur est h_{\min} . $\Delta L_{\max} = L_{\max} - L_0 = (H - h_{\min}) - L_0$

Pour trouver le travail de la force de rappel du ressort, on utilise un « axe des L », orienté vers le bas, c'est-à-dire dans le même sens que l'allongement du ressort, et dont l'origine est au niveau du pont : L représente donc la longueur de l'élastique (et non pas son allongement : il aurait fallu placer l'origine de l'axe à la hauteur d'équilibre du sauteur, qu'on n'a pas déterminée).

De plus on cherche ce travail entre la position A du sauteur (sur le pont) et sa position B (tout en bas). Toutefois, la force de rappel du ressort n'existe qu'à partir du moment où le ressort est tendu, c'est-à-dire où son extrémité passe par un point qu'on appelle C (cf schéma).

D'après la relation vue en cours, quand la masse au bout de l'élastique passe du point C au point B, le travail de la force de rappel de l'élastique est $W_{C \rightarrow B}(\vec{F}) = \frac{1}{2} . k . ((\text{allongement pour C})^2 - (\text{allongement pour B})^2)$

Or, lorsque le sauteur est en C, le ressort a sa longueur à vide (il commence à se tendre). Son allongement est donc nul. De plus, lorsque le sauteur est en B, l'allongement de l'élastique est maximal, et vaut ΔL_{\max} .

On a donc $W_{C \rightarrow B}(\vec{F}) = \frac{1}{2} . k . ((0)^2 - (\Delta L_{\max})^2) = -\frac{1}{2} . k . (\Delta L_{\max})^2$

5) Pour calculer h_{\min} , on applique le théorème de l'énergie cinétique entre A et B.

$$E_{cB} - E_{cA} = W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{P})$$

$$\text{ou } \frac{1}{2} . m . v_B^2 - \frac{1}{2} . m . v_A^2 = M.g.(H - h_{\min}) - \frac{1}{2} . k . (\Delta L_{\max})^2$$

Or $v_B = 0$ (B est la position où il est le plus bas, au bas d'une oscillation, sur le point de remonter) et $v_A = 0$ puisqu'il part du pont en A. De plus, puisque $\Delta L_{\max} = L_{\max} - L_0 = (H - h_{\min}) - L_0$ alors $H - h_{\min} = \Delta L_{\max} + L_0$

On a donc $0 = M.g.(\Delta L_{\max} + L_0) - \frac{1}{2} . k . (\Delta L_{\max})^2$ ou $-\frac{1}{2} . k . (\Delta L_{\max})^2 + M.g. \Delta L_{\max} + M.g.L_0 = 0$

En résolvant l'équation du second degré, on trouve $\Delta L_{\max 1} = -16,6 \text{ m}$ et $\Delta L_{\max 2} = 96,7 \text{ m}$ Donc

$$h_{\min} = H - \Delta L_{\max} - L_0 = 127 - 96,7 - 20 = 10,3 \text{ m}$$

