TES SPE MATH DS n° 1 : Corrigé.

PARTIE 1.

Exercice 1 :

a. $-3B = -3 \times \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ -6 & -3 \end{pmatrix}$; 1,5

b. $A \times C = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2\times 2 + 4 \times(-1) \\ 1 \times 2 + 3 \times (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ -1 \end{pmatrix}$ 1,5

c. $C \times B = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$: Impossible 1

d. $A \times B = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2\times(-3)+4\times 2 & -2\times 0 + 4\times 1 \\ 1\times(-3)+3\times 2 & 1\times 0 + 3 \times 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 4 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ 2

e. $B^2 = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3\times(-3)+2\times 0 & -3\times 0 + 0 \times 1 \\ 2\times(-3)+1\times 2 & 2\times 0 + 1\times 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$ 2

PARTIE 2

Exercice 1 : Soit x le nombre de trousse et y le nombre de règles

$(S) \begin{cases} 3,5x + 1,4y = 770 \\ x + y = 370 \end{cases}$ 1

$(S) \Leftrightarrow AX = B$ avec $A = \begin{pmatrix} 3,5 & 1,4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

$X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 770 \\ 370 \end{pmatrix}$ 1

On admet que la matrice A^{-1} existe et on a $X = A^{-1} \times B$ 1

soit à la calculatrice : $X = \begin{pmatrix} 120 \\ 250 \end{pmatrix}$ 1

L'école a distribué 120 trousses et 250 stylos.

Exercice 2 :

a. $P = H \times C = \begin{pmatrix} 444 \\ 398 \\ 756 \end{pmatrix}$ 1

b. La matrice P correspond au coût de conception pour la main d'Oeuvre pour chaque modèle. 1

a. Soit $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ la matrice correspondant au coût horaire pour chaque modèle.

Il faut donc résoudre le système $H \times X = \begin{pmatrix} 402 \\ 360 \\ 684 \end{pmatrix}$

On admet que la matrice H^{-1} existe :

$$X = H^{-1} x = \begin{pmatrix} 18 \\ 16 \\ 12 \end{pmatrix}$$ 2

Conclusion : Poste 1 : 18 €/h, Poste 2 16 €/h, Poste 3 : 12 €/h

Exercice 3 $f(x) = ax^2 + bx + c$.

$A \in \mathcal{C} \iff f(0) = 2 \iff a \times 0 + b \times 0 + c = 2 \iff c = 2$.

$B \in \mathcal{C} \iff f(1) = 5 \iff a \times 1^2 + b \times 1 + c = 5 \iff a + b + c = 5$.

$C \in \mathcal{C} \iff f(-2) = 9 \iff 4a - 2b + c = 9 \iff$

1,5

On obtient le système $S = \begin{cases} c = 2 \\ a + b + c = 5 \\ 4a - 2b + c = 9 \end{cases}$

$S \iff AX = B$ avec $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ et $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix}$

On admet que la matrice A^{-1} existe : 1,5

$AX = B \iff X = A^{-1} \times B$

$\iff X = \begin{pmatrix} 13/6 \\ 5/6 \\ 2 \end{pmatrix}$ 1

Conclusion : $f(x) = x^2 + x + 2$.