

CALCUL MENTAL AUX CYCLES 2 & 3

OBJECTIFS

- [Rappeler les objectifs et les fonctions du calcul mental et du calcul réfléchi](#)
- Indiquer quelques éléments pouvant faciliter l'[écriture de programmation en cycles 2 ou 3](#)
- [Voir les conditions de mémorisation](#)
- Voir quelques [dispositifs pédagogiques et quelques jeux](#)

Les développements ci-dessous sont largement extraits du [document d'accompagnement sur les mathématiques \(prog 2002\)](#).

a) Qu'est-ce que le calcul mental ?

L'expression calcul mental signifie qu'entre l'énoncé du problème et l'énoncé du résultat on renonce à utiliser une opération posée. (cela n'implique pas qu'aucun support écrit ne puisse intervenir dans la consigne, dans la formulation du résultat)

- Points communs entre calcul mental et calcul écrit: connaissance de la numération décimale et des tables
- Différences: multiplicité des procédures de calcul comme dans la résolution de problèmes: emploi réfléchi des décompositions de nombres et des propriétés des opérations, sollicitation de l'attention et de la mémoire.

Le calcul mental est aussi un outil pour le calcul posé.

b) Quelles différences entre : calcul mental, réfléchi, automatisé

Il faut distinguer ce qu'il faut mémoriser ou automatiser (les tables, quelques doubles ou moitiés, le calcul sur les dizaines ou centaines entières, les compléments à la dizaine supérieure ..) et ce qu'il faut être capable de reconstruire (ce qui relève du calcul réfléchi) ; idée de rendre plus simple un calcul en procédant par étapes plus nombreuses mais en s'appuyant sur ce qui est connu
Le calcul réfléchi insiste sur le choix donné à la méthode (choix de stratégies, de procédures).
Chaque individu choisit ou utilise un procédé de calcul en fonction de ses possibilités de mémorisation , de ses habitudes , de ses connaissances.

Exemple $26 \times 12 =$
 $26 \times 10 + 26 \times 2 = 260 + 52 = 312$
 $20 \times 12 + 6 \times 12 = 240 + 72 = 312$
 $26 \times 2 \times 6 = 52 \times 6 = (50 + 2) \times 6 = 300 + 12 = 312$
 $(25 + 1) \times 12 = (25 \times 4 \times 3) + 12 = (100 \times 3) + 12 = 312$
 $(30 \times 12) - (4 \times 12) = (3 \times 12 \times 10) - 48 = 360 - 48 = 312$

c) Les fonctions du calcul mental : A quoi sert le calcul mental ?

Au-delà de vertus traditionnellement évoquées (“gymnastique intellectuelle”, “adresse de l’esprit” et même “formation du caractère”, ou plus précisément “développement de l’attention et de la mémoire”), la pratique du calcul mental a une double fonction, sociale et pédagogique.

Fonction sociale : il est d’abord un calcul d’usage. Il s’agit de mettre en place des moyens efficaces de calculer, utiles dans la vie courante, en l’absence de supports ou d’instruments. Même si l’usage de la calculette est de plus en plus répandu, il demeure nécessaire de savoir calculer sans elle, ou, à tout le moins, de pouvoir effectuer un calcul approché. C’est là d’ailleurs un moyen efficace de contrôle, une erreur de manipulation étant toujours possible. Enfin, comme cela a déjà été souligné, sans disponibilité rapide des résultats des tables, il n’y a pas d’accès possible aux techniques opératoires : n’oublions pas que, dans le cas de la multiplication, à l’entrée en sixième les erreurs de table sont plus fréquentes que celles qui sont dues à une mauvaise maîtrise de l’algorithme de calcul. Dans cette perspective, trois types d’objectifs peuvent être distingués :

- l’automatisation des calculs simples, orientée vers la production de résultats immédiatement disponibles : récupération en mémoire ou reconstruction instantanée, procédures automatisées ;
- la diversification des stratégies de calcul complexe : calcul réfléchi ou raisonné ;
- une première maîtrise du calcul approché, souvent utilisé dans la vie courante et dont l’apprentissage doit se poursuivre au collège.

Fonction pédagogique. Dans les apprentissages mathématiques, il joue un rôle important pour la compréhension et la maîtrise des notions enseignées.

Cinq pistes peuvent être distinguées :

1. Le calcul mental habitue les élèves à utiliser différentes manières d’exprimer le même nombre.

- Le calcul mental est l’occasion de s’exercer de manière systématique au passage de la désignation orale à la désignation écrite
- Construction et renforcement des décompositions additives ou multiplicatives: $24 + 8$, 8×4 , 2×16 , $40 - 8$

2. Il fait fonctionner les propriétés des opérations et en assure une première compréhension :

- La commutativité de l’addition $3 + 10 = 10 + 3$
- L’associativité de l’addition de 2 manières: $(7+6)+2 = 13 + 2 = 15$ ou $7 + (6+2) = 7 + 8 = 15$

en calcul réfléchi on peut l'associer avec la décomposition du nombre ex: $7+6=7+(3+3)$

- La commutativité de la multiplication: $3 \times 10 = 10 \times 3$ pour construire et mémoriser la table de multiplication.
- L'associativité de la multiplication: est utilisée avec les décompositions multiplicatives en calcul réfléchi: $3 \times 20 = 3 \times 2 \times 10 = (3 \times 2) \times 10 = 6 \times 10 = 60$

En associant commutativité et associativité: $4 \times 8 \times 5 = 8 \times (4 \times 5) = 8 \times 20 = 8 \times (2 \times 10) = 160$

- La distributivité de la multiplication par rapport à l'addition: $9 \times 12 = 9 \times (10+2) = 9 \times 10 + 9 \times 2 = 90 + 18 = 108$

Lors d'un calcul réfléchi on fait fonctionner les propriétés des opérations sans les nommer. Il est nécessaire cependant d'avoir une phase de description des calculs.

Les activités de calcul mental doivent être accompagnées de formulations orales qui les rendent intelligibles: que faut-il ajouter à 45 pour avoir 60 ? Quelle est la différence entre 45 et 60 ? Quel nombre obtient-on en soustrayant 45 à 60 ?

3. **Il aide au maniement des notions mathématiques :**

Que l'on pense aux situations de proportionnalité ou aux travaux sur les fractions à l'école primaire ou, plus tard, aux calculs sur les nombres relatifs ou au calcul algébrique : pour l'essentiel, les compétences des élèves se construisent dans un domaine numérique où domine le calcul mental ;

Développement des capacités de raisonnement des élèves : le calcul réfléchi nécessite l'élaboration de procédures originales : il n'y a pas de solution unique => part d'initiative et de choix.

Aucune procédure ne s'impose a priori le plus souvent plusieurs sont possibles et efficaces pas forcément la même pour tous.

4. **Acquérir le sens des opérations :**

- Le calcul mental apporte souvent une aide à la résolution de problèmes, en permettant de ramener un problème à un champ numérique dans lequel les opérations deviennent plus familières : essayer avec des nombres plus petits permet, par exemple, d'avoir une intuition d'un mode de traitement possible.
- Permet d'en faire plus
- Permet de choisir des problèmes qui font intervenir les différents sens en tenant compte de la difficulté (cf classification des problèmes Vergnaud, Fayol)

- En résolution de problèmes pour faire comprendre l'équivalence entre soustraire et rechercher le complément le calcul mental peut être utile

ex: si on demande de calculer mentalement $100 - 98$ la solution la plus simple est la recherche du complément, => utilisation en actes de l'équivalence (échange entre les élèves qui montre que les 2 solutions sont possibles mais que l'une est plus économique. À l'inverse calculer mentalement le complément de 5 à 98 la solution la plus simple consiste à soustraire 5 à 98.

Ainsi demander de calculer une différence de faible écart ou le complément d'un nombre à un nombre beaucoup plus grand est propice à la construction d'équivalence entre calcul d'une différence et recherche d'un complément

5. Il aide à l'apprentissage des techniques écrites.

Le calcul écrit requiert la connaissance des tables et la gestion des retenues donc du calcul mental, il ne dispense pas de calculer mentalement bien au contraire, la technique écrite de la division avec les soustractions intermédiaires requiert de nombreux traitements mentaux.

Les enfants ont tendance à calculer mentalement en appliquant les algorithmes de l'écrit
 ex : calculer mentalement $127 + 16$ en référence à la technique écrite $7 + 6 = 13$ $2 + 1 + 1 = 4$ donc 143 est plus coûteuse en terme de charge mentale de travail que d'ajouter 10 puis 6
 Ceci est probablement dû à un établissement insuffisant du calcul mental préalablement à la technique écrite qui est abordée trop tôt.

Il importe clairement que les techniques écrites s'appuient sur une pratique du calcul mental bien installé.

Il permet de contrôler les calculs posés ou à la calculatrice: ordre de grandeur, plausibilité du résultat.

d) Problèmes liés à la mémorisation

Même s'il est indispensable, **l'entraînement** n'est pas le seul ressort de la mémorisation. Une bonne **représentation mentale des nombres**, la **compréhension des opérations** en jeu et une **élaboration progressive des résultats** constituent l'autre facette, tout aussi indispensable, de l'aide à la mémorisation.

Les représentations des nombres sont intériorisées en prenant appui sur des représentations imagées ou symboliques. Dans les premières, on trouve les constellations (dés, dominos, jeu de

cartes) ou les figurations à l'aide des doigts. Les secondes sont liées aux codages issus des systèmes de numération, chiffrée ou verbale. Il est donc important, dans les premiers apprentissages des nombres, de consolider les images mentales des « petits nombres », à partir de leurs représentations sous forme de constellations. De même, les nombres compris entre cinq et dix doivent être mis en relation avec leurs décompositions par rapport à cinq (*la capacité à afficher instantanément un nombre inférieur à dix avec leur dix doigts est pour cela une aide précieuse*) ou avec leurs compléments à dix.

Ces représentations, figuratives ou symboliques, ne concernent pas seulement chaque nombre séparément., mais impliquent également des relations entre les nombres entiers dont l'ensemble est principalement structuré par la suite verbale ordonnée et par la numération chiffrée en base10.

L'objectif est bien que, au début du cycle 3, les élèves soient capables de fournir instantanément tous les résultats des tables d'addition, ainsi que les différences et les compléments associés. Pour les résultats multiplicatifs, la reconstruction est plus difficile. Les points d'appui pour la construction des résultats pendant la phase d'apprentissage sont en partie différents de ceux relatifs au répertoire additif. On peut citer l'appui sur :

- les résultats rapidement connus des tables de 2 et de 5 ;
- le comptage de n en n pour retrouver un résultat à partir d'un résultat mémorisé ;
- la connaissance des carrés, souvent bien maîtrisés ;
- la commutativité de la multiplication ;
- le fait que multiplier par 4, c'est doubler deux fois

Conditions de la mémorisation

Mémoriser les tables est le résultat d'un très long processus. Commencée au début du cycle 2, la mémorisation des tables d'addition n'est souvent véritablement établie qu'au cours de la première année du cycle 3. Amorcée en fin de cycle 2, celle des tables de multiplication n'est pas encore achevée pour tous les élèves en fin de cycle 3 (il faut cependant en viser la maîtrise à la fin de ce cycle).

- **La première condition d'une mémorisation réside dans la compréhension des opérations en jeu.** L'élève est d'abord capable de calculer « quatre plus trois » parce qu'il est capable d'évoquer « quatre objets réunis avec trois objets » ou parce qu'il sait que le résultat est le nombre qui est situé « trois après quatre » sur la bande numérique, donc parce l'addition *a du sens* pour lui. Il n'y a pas encore mémorisation et, pourtant, c'est la première étape de la mémorisation.

- **La deuxième condition réside dans la prise de conscience de l'intérêt qu'il peut y avoir à disposer d'un répertoire de résultat.** Dans un premier temps, l'enseignant peut recenser des résultats au fur et à mesure qu'ils sont élaborés par les élèves (sans ordre déterminé), les noter sur une affiche et permettre aux élèves d'y avoir recours pour répondre à des questions, sans qu'il soit nécessaire de les reconstruire : il s'agit d'une première étape vers la mémorisation. Progressivement, ce répertoire est ensuite organisé, complété et structuré en tables.
- **La troisième condition réside, pour l'élève, dans la prise de conscience du fait que certains résultats sont mémorisés et qu'un répertoire mental est en train de se constituer.** Pour l'addition, il est souvent limité au début à la connaissance de quelques doubles et à la prise de conscience du fait que « ajouter 1 » revient à dire le suivant (« *je connais quatre plus un, c'est celui qui vient après quatre, c'est cinq* »).
- **La quatrième condition réside dans la capacité à utiliser ce qu'on sait pour obtenir d'autres résultats :** « quatre plus trois, c'est un de plus que trois plus trois », « six fois huit, c'est huit de plus que cinq fois huit », « quatre fois sept, c'est le double de deux fois sept ». La mise en place de points d'appui est donc une étape décisive de la mémorisation : connaissance des doubles, décompositions en appui sur le nombre cinq, complément à dix pour la table d'addition ; carrés, tables de deux et de cinq... pour la multiplication. Remarque : Pour la multiplication, une mémorisation complète s'avère, à terme, plus efficace.
- **La cinquième condition réside dans l'entraînement des résultats mémorisés. La mémorisation est favorisée par l'entraînement et, probablement, par la diversité des représentations mises en jeu.** La répétition verbale rituelle des "tables", dans l'ordre croissant, engendre des risques, en particulier celui de ne pas pouvoir fournir un résultat sans réciter toute la table ou encore celui d'une confusion entre résultats voisins. Mieux vaut donc, s'agissant d'*entraînement* et de construction des "tables", ne pas procéder toujours par ordre croissant. Si le travail d'entraînement est souvent assuré par les familles, l'essentiel des activités qui contribuent à une bonne mémorisation relèvent bien du travail scolaire qui ne peut être limité au contrôle de ce qui doit être su.

Disponibilité des résultats

Un dernier point mérite d'être souligné: Connaître ses tables, ce n'est pas seulement être capable de dire instantanément n'importe quel résultat de l'une des tables. C'est aussi être capable d'exploiter rapidement cette connaissance pour donner un résultat connexe. Connaître $7 + 6$, c'est être capable de répondre 13 immédiatement, mais c'est également pouvoir répondre immédiatement à « combien de 7 pour aller à 13 ? », « combien de 6 pour aller à 13 ? », « $13 - 6$

», « $13 - 7$ » ou encore à produire très vite, entre autres, $7 + 6$ et $6 + 7$ lorsque sont demandées des décompositions additives de 13. De même, connaître 7×6 , c'est être capable de répondre 42 immédiatement, mais c'est également pouvoir répondre immédiatement à « quel nombre multiplié par 7 donne 42 ? », « quel nombre multiplié par 6 donne 42 ? », « 42 divisé par 7 », « 42 divisé par 6 ». De telles questions doivent être posées dès le départ des apprentissages.

Des programmations :

[Programmations de Valenciennes Saint Saulve](#)

[Programmation Cycle 2 ou cycle 3 d'Aubenas 1](#)

[Documents de l'IA 73 : calcul mental au cycle 2](#)

Jeux, séances, autres articles

<http://dpernoux.free.fr/mental.htm>