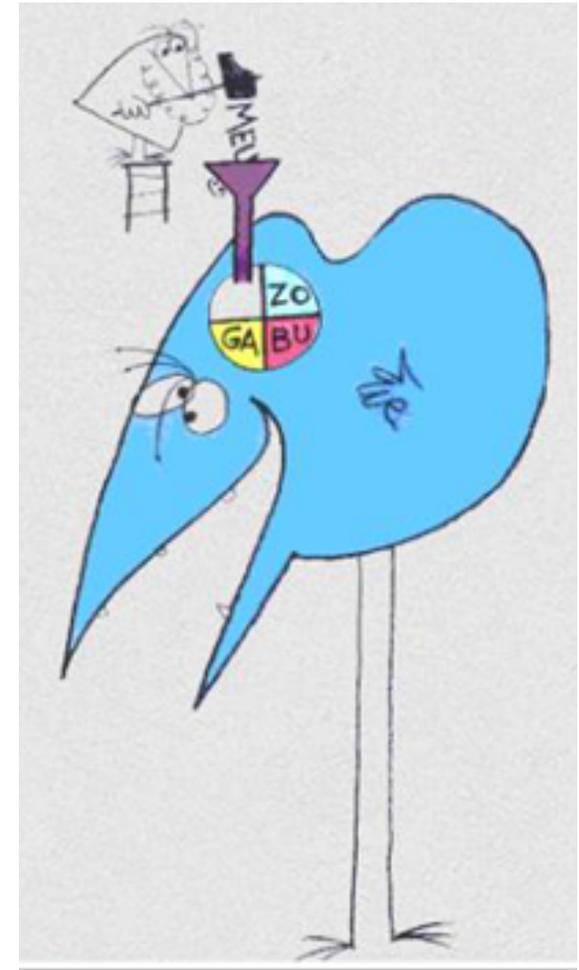


# NUMERATION AU CYCLE 2



# PLAN

## 1. Connaissances théoriques sur la numération

- Les principes du système décimal de position
- Les deux numérations : orale et écrite

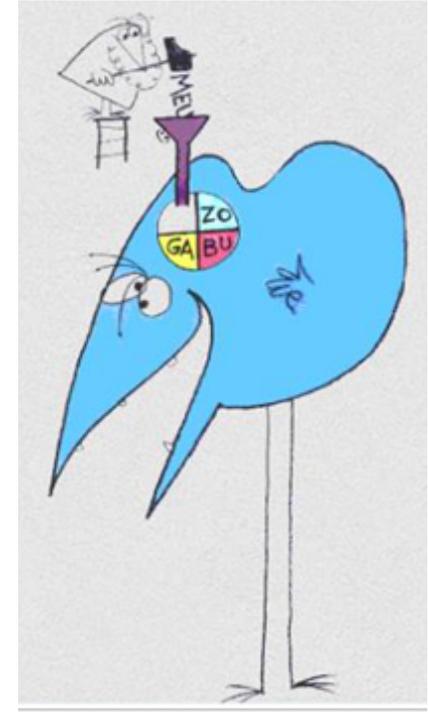
## 2. Enseignement des numérations

- Obstacles d'apprentissage
- Levier : des gestes professionnels à développer pour mener à l'abstraction
- Leviers : des pratiques à renforcer
  - 1. Les groupements
  - 2. Les relations entre les unités de numération (échanges)
  - 3. La comptine numérique
  - 4. Percevoir la suite algorithmique
  - 5. Lier numération orale et écrite

# Apprendre le nombre

## Enseigner le nombre

# 1. Connaissances théoriques sur la numération



« Les professeurs ont plus de liberté de décision d'organisation du travail de leur classe, sont plus disponibles à l'observation de leurs élèves, sont plus ouverts à leurs idées, s'ils sont assurés des savoirs qu'ils cherchent à transmettre ». *Margolinas, Mercier, René de Cotret (2007)*

# PLAN

## 1. Connaissances théoriques sur la numération

- Les principes du système décimal de position
- Les deux numérations : orale et écrite

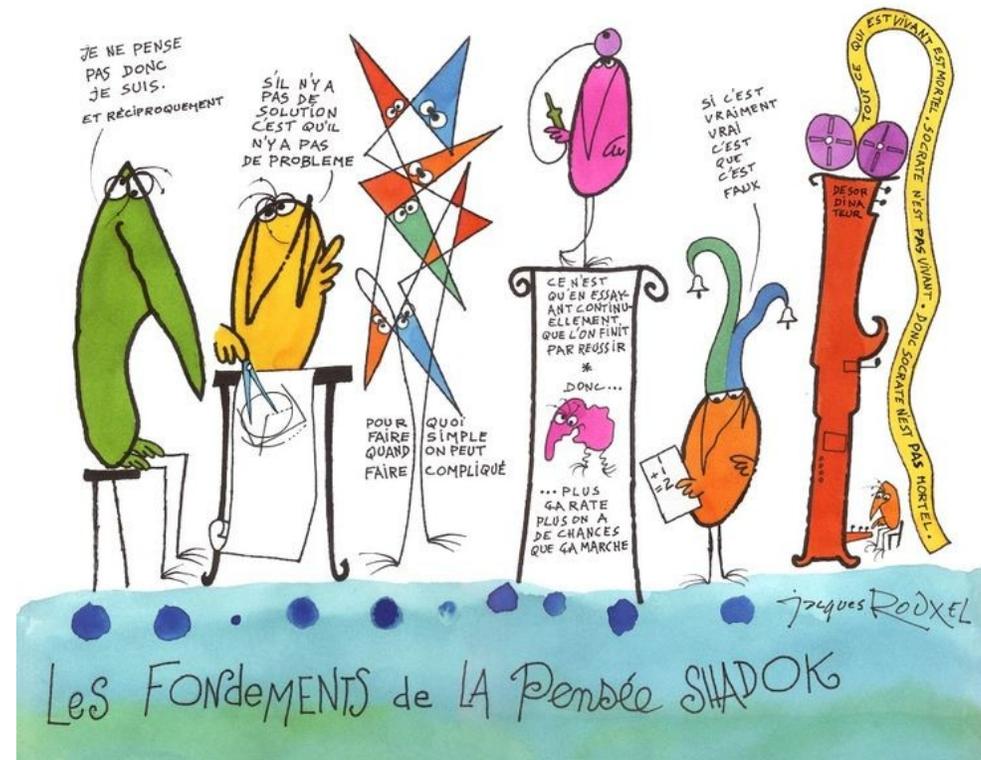
## 2. Enseignement des numérations

- Obstacles d'apprentissage
- Levier : des gestes professionnels à développer pour mener à l'abstraction
- Leviers : des pratiques à renforcer
  - 1. Les groupements
  - 2. Les relations entre les unités de numération (échanges)
  - 3. La comptine numérique
  - 4. Percevoir la suite algorithmique
  - 5. Lier numération orale et écrite

# Les principes du système décimal de position

Le langage Shadoks

Le Shadok, espèce très élémentaire inventée par Jacques Rouxel et Claude Pieplu n'a que 4 cases dans son cerveau, chacune ne pouvant contenir qu'une seule information.



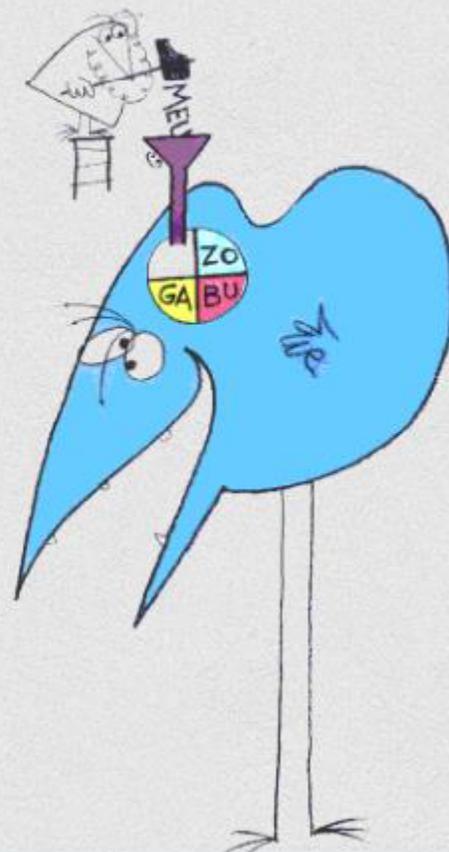
**Alors !**

Comme ils n'avaient que quatre cases, évidemment les Shadoks ne connaissaient pas plus de quatre mots.

Le calcul, lui aussi, leur avait toujours donné pas mal de fil à retordre.

Etant donné qu'avec quatre mots, ils ne pouvaient pas compter plus loin que quatre.

Mais le Professeur Shadoko avait réformé tout ça. Nous allons vous raconter comment !



Quand il n'y a pas de Shadok,  
on dit GA et on écrit :



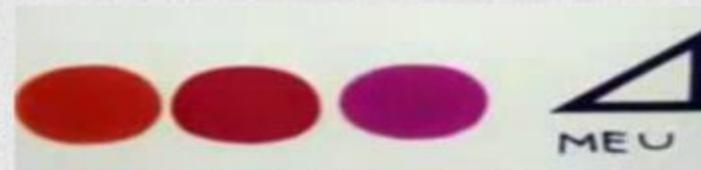
quand il y a un seul Shadok,  
on dit BU et on écrit :



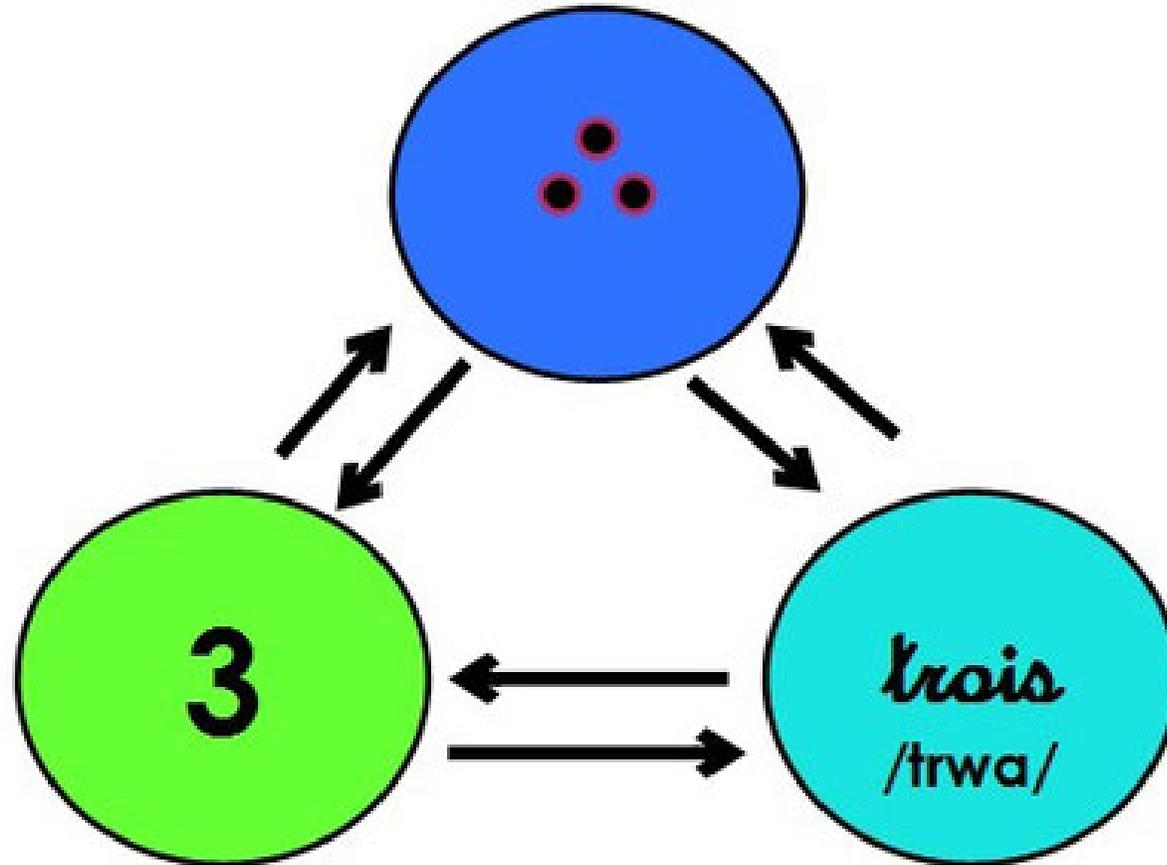
Quand il y a encore un  
Shadok, on dit ZO et on  
écrit :



Quand il y a encore un  
autre Shadok, on dit MEU  
et on écrit :

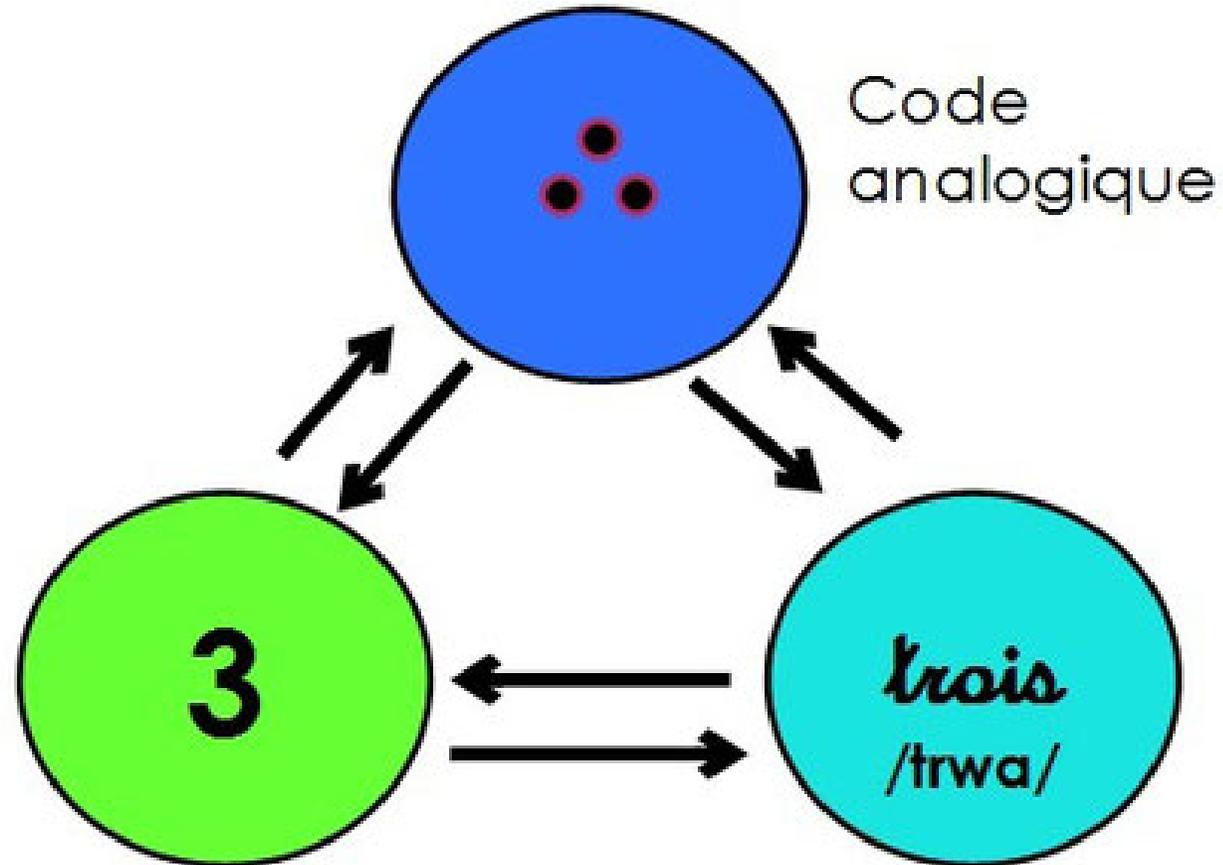


# Le triple code



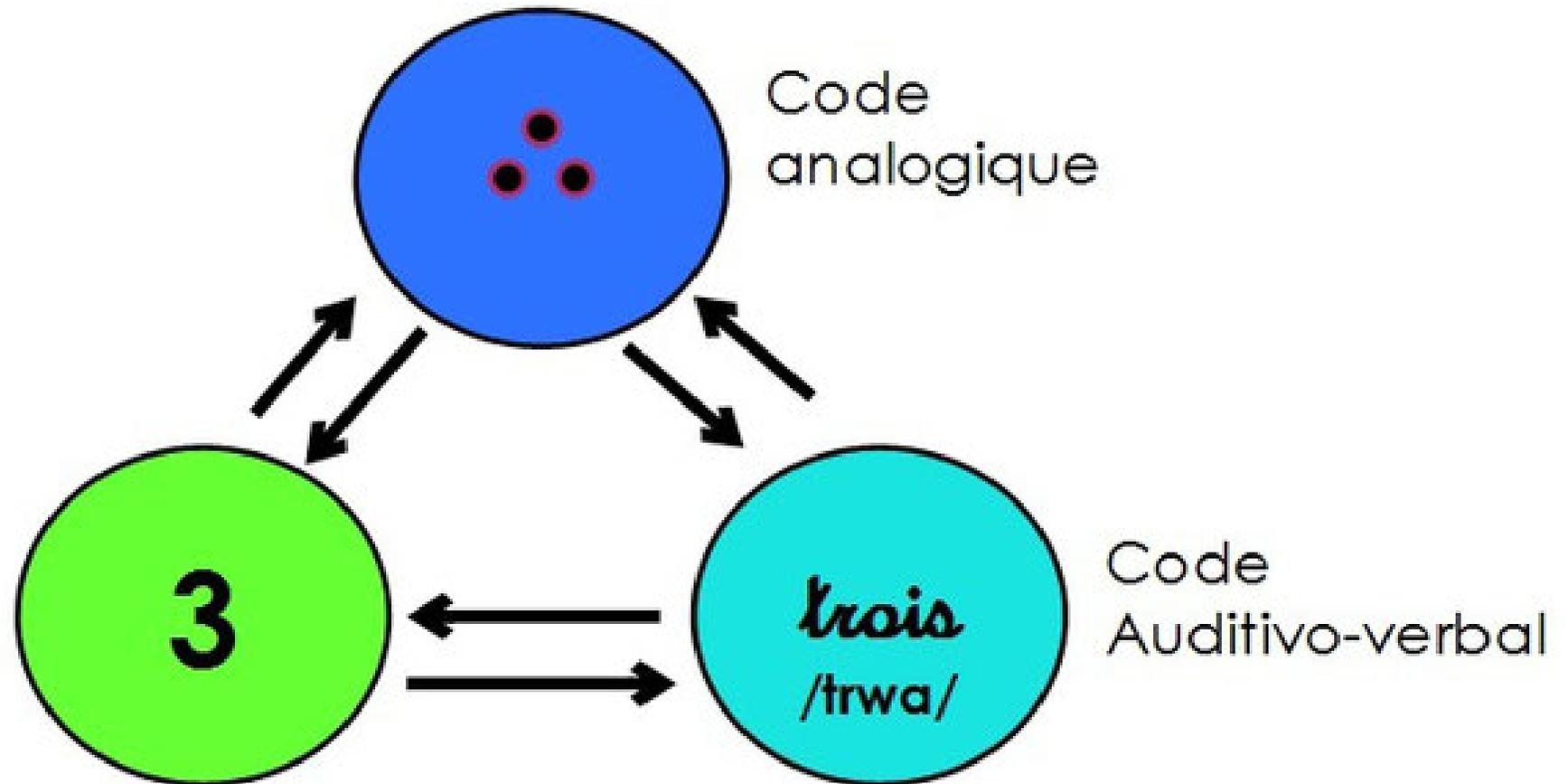
**Par quel terme désigneriez-vous chaque représentation ?**

# Le triple code



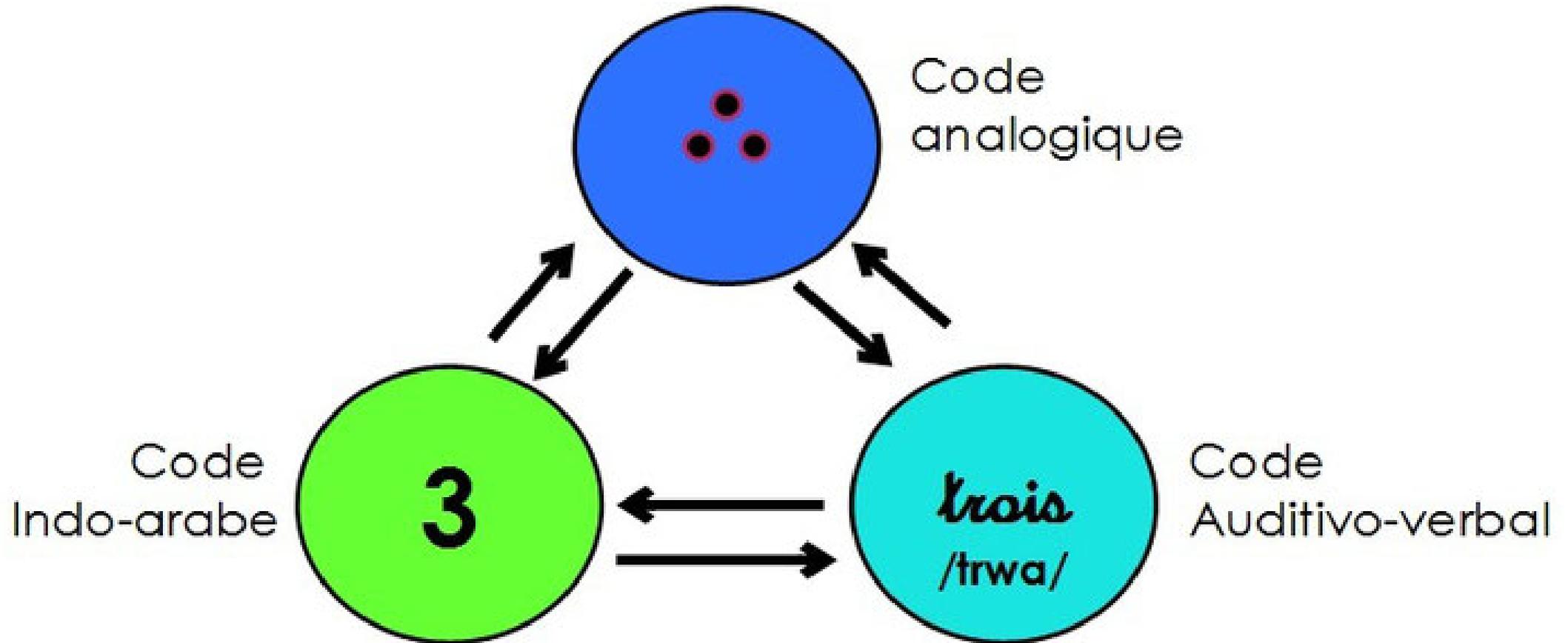
**Par quel terme désigneriez-vous chaque représentation ?**

# Le triple code

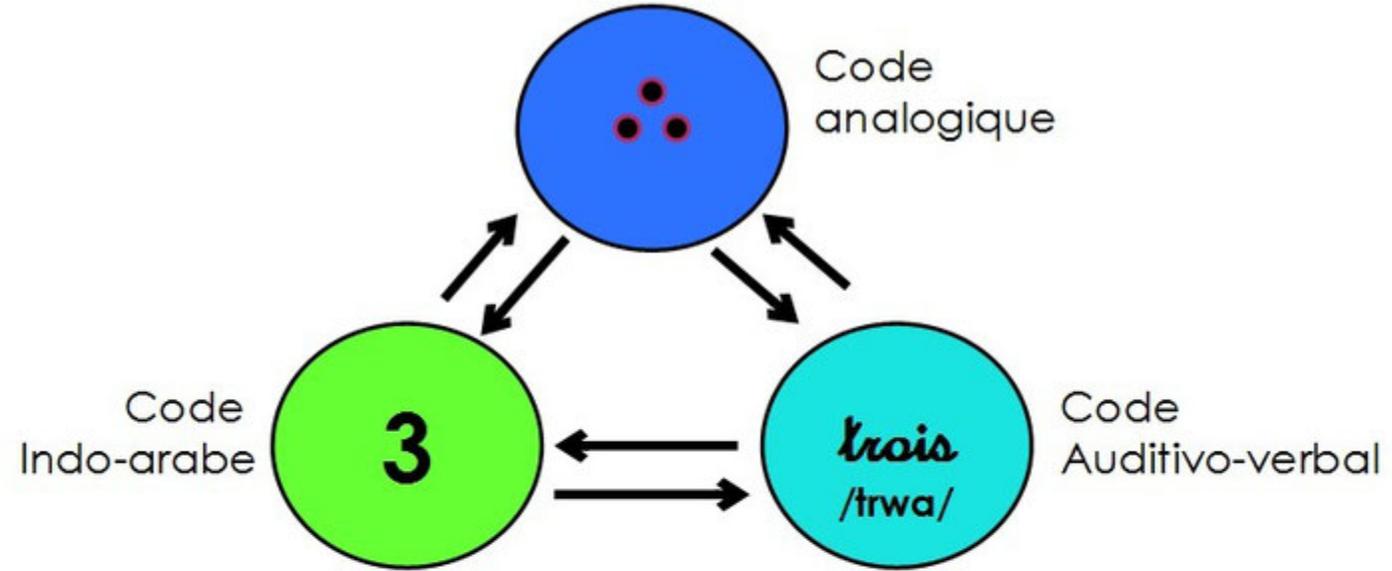


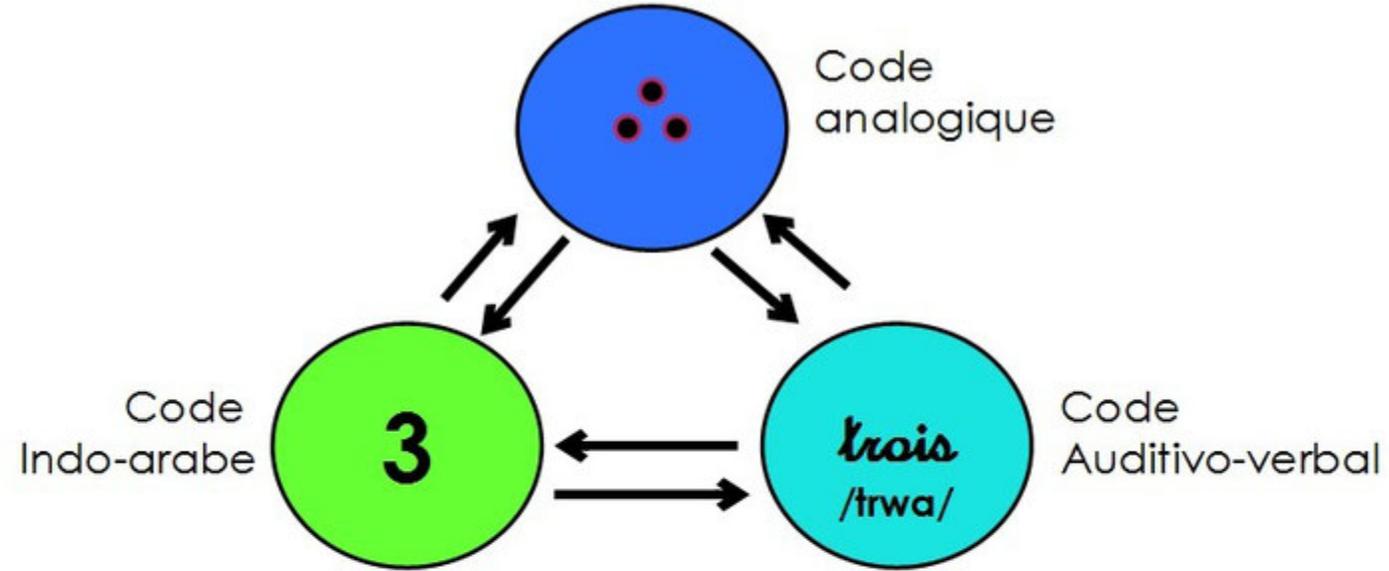
**Par quel terme désigneriez-vous chaque représentation ?**

# Le triple code



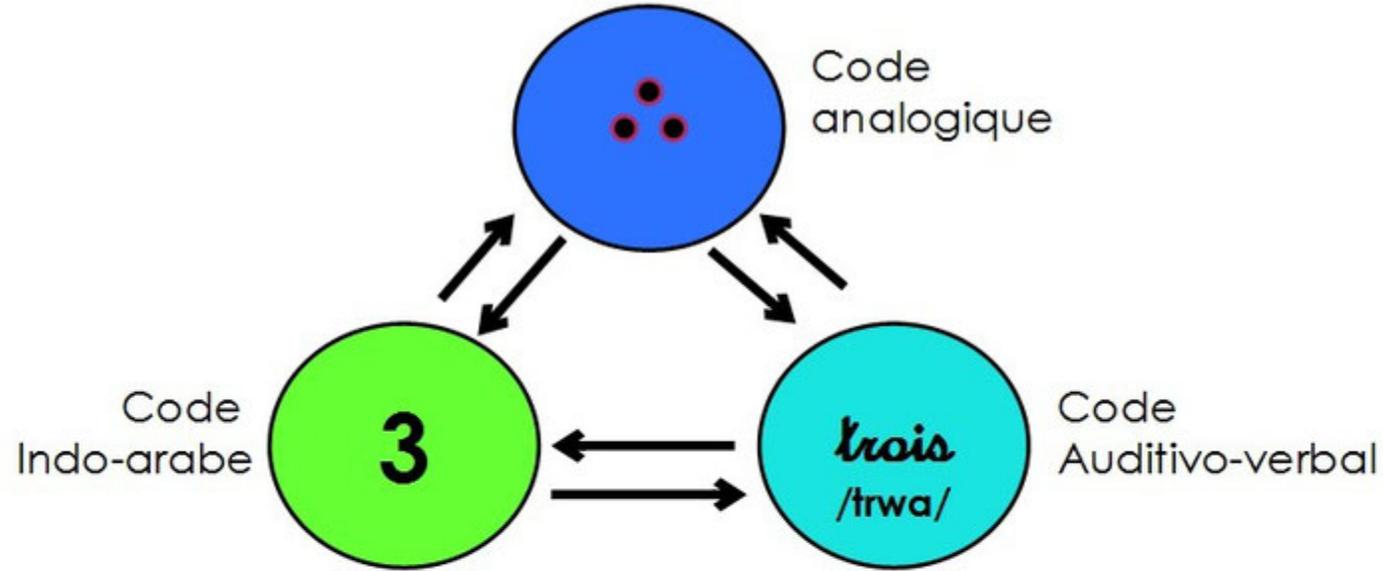
**Par quel terme désigneriez-vous chaque représentation ?**





### CODE ANALOGIQUE

Le code analogique est un code non symbolique : il correspond à la capacité innée de traiter les quantités, représentées par des objets .

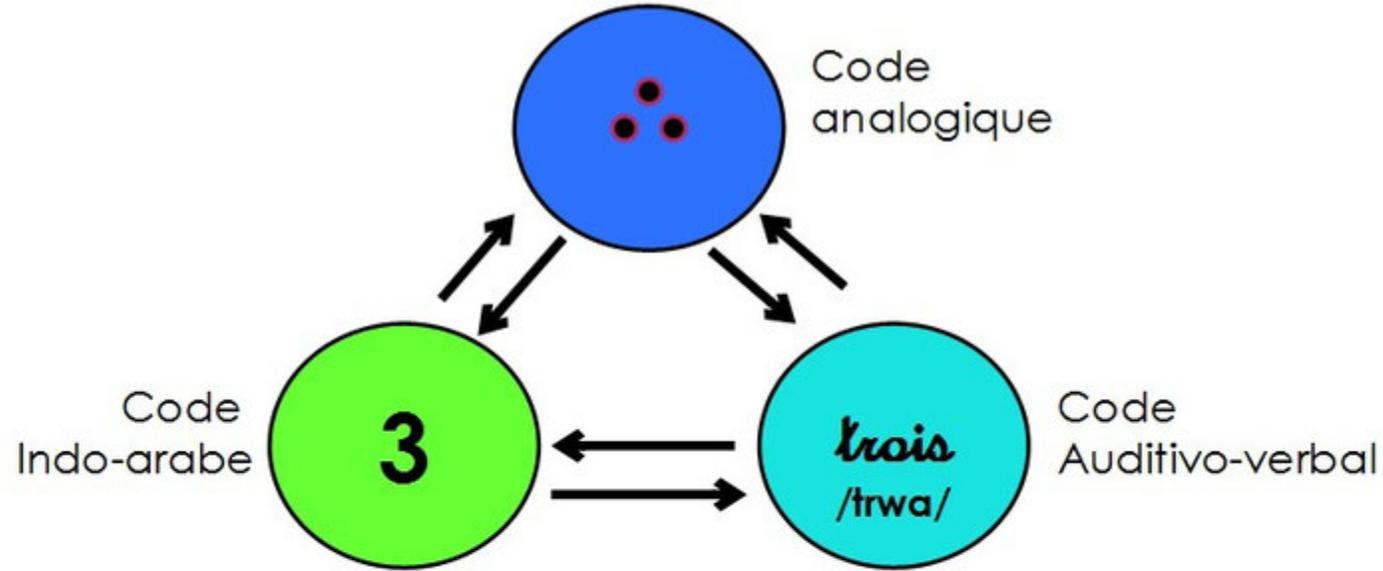


### CODE ANALOGIQUE

Le code analogique est un code non symbolique : il correspond à la capacité innée de traiter les quantités, représentées par des objets .

### CODE ORAL

Le code verbal correspond à la représentation orale des nombres, sous leur forme auditive.



### CODE ANALOGIQUE

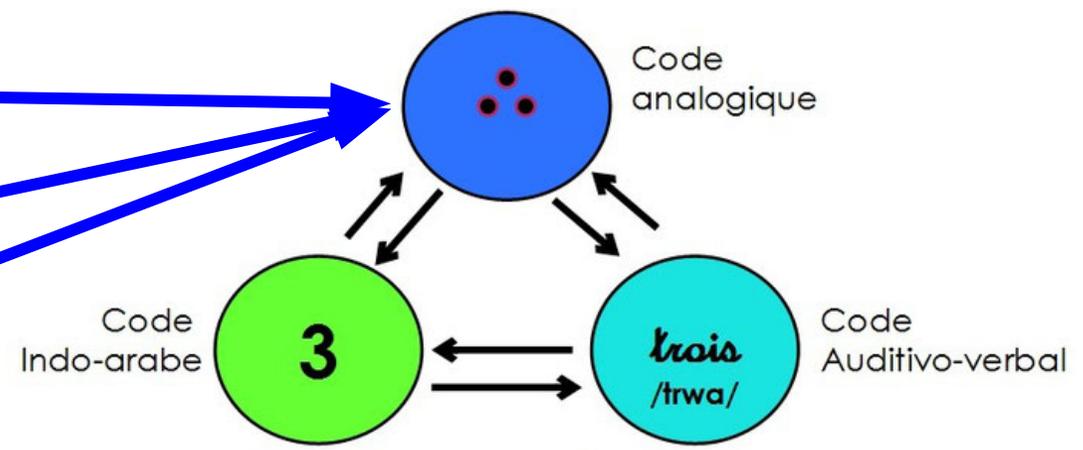
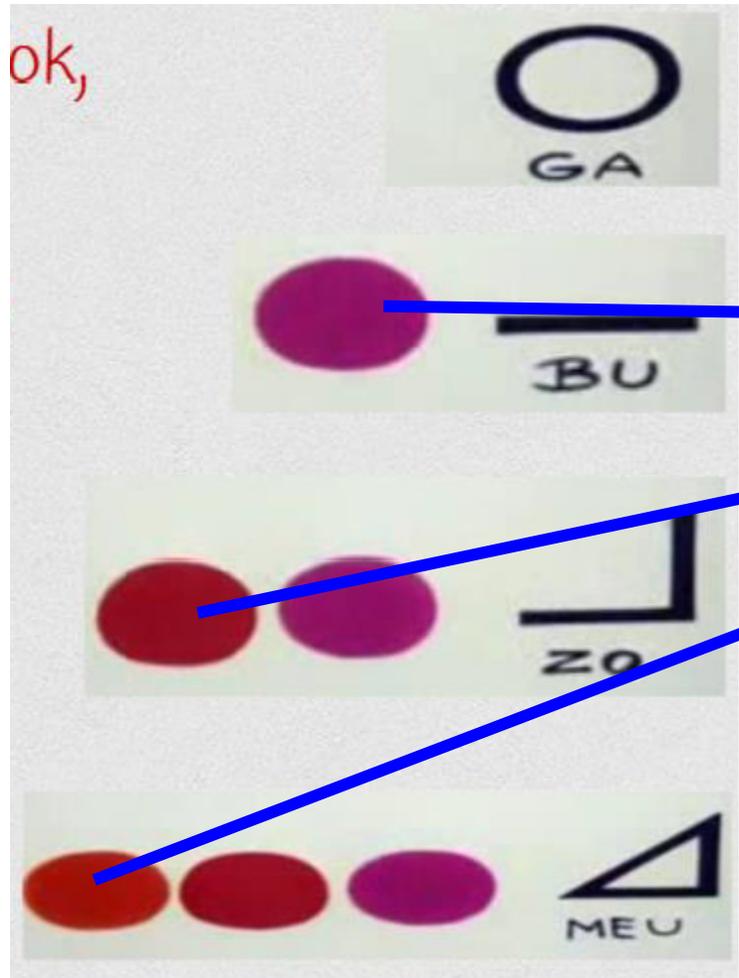
Le code analogique est un code non symbolique : il correspond à la capacité innée de traiter les quantités, représentées par des objets .

### CODE ORAL

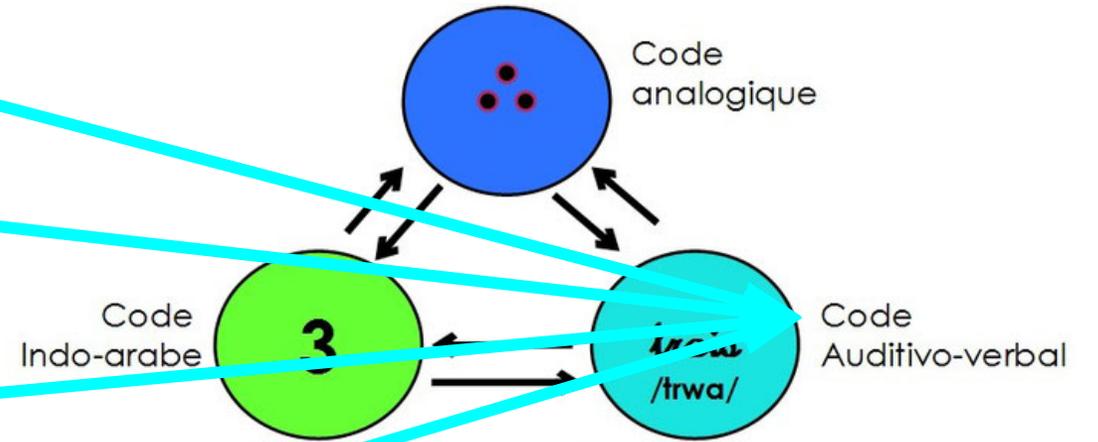
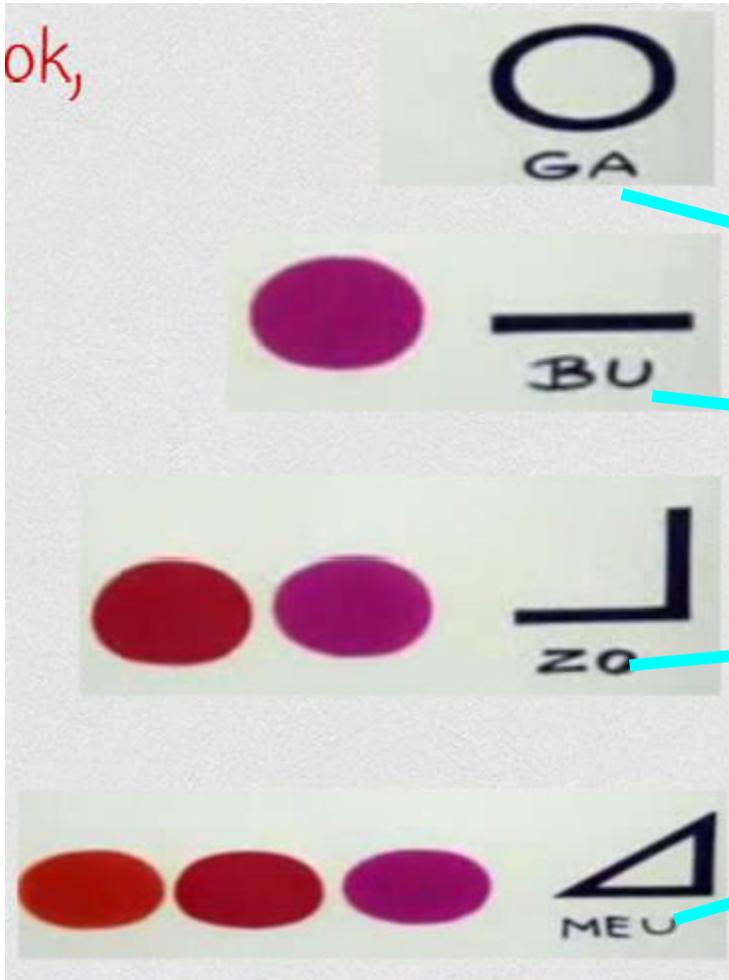
Le code verbal correspond à la représentation orale des nombres, sous leur forme auditive.

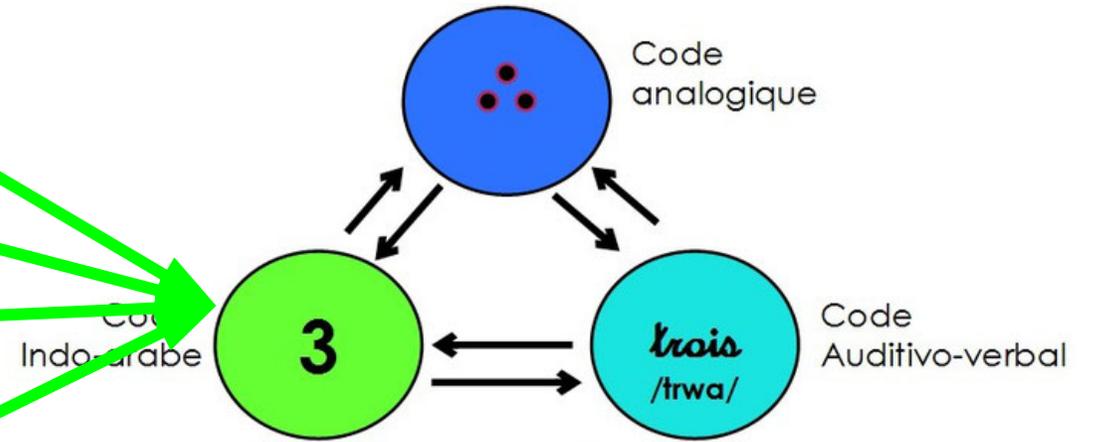
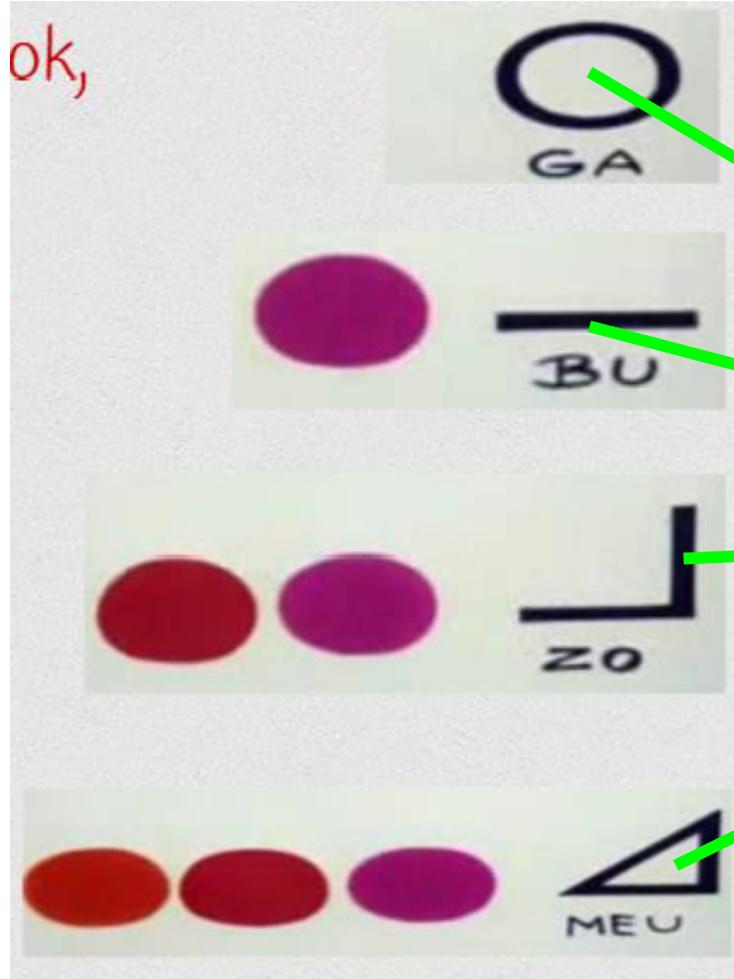
### CODE ARABE

Le code arabe correspond à la représentation des nombres sous la forme d'une image visuelle, celle des chiffres arabes. Il intervient dans la lecture et l'écriture des chiffres arabes.



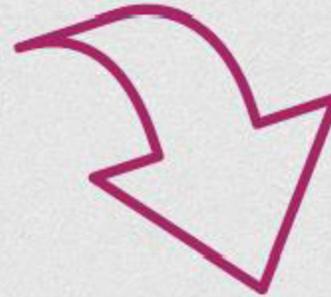
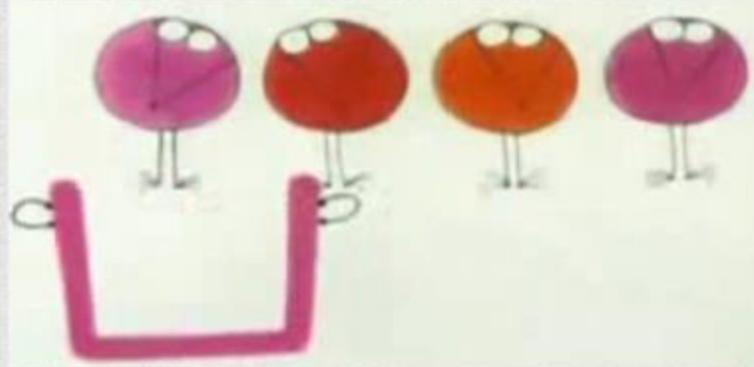
ok,





**Et après ?**

Si je mets un Shadok en plus, évidemment, je n'ai plus assez de mots pour les compter, alors c'est très simple : je les jette dans une poubelle, et je dis que j'ai BU poubelle.



## Et ensuite ?

Pour ne pas confondre avec le BU du début, je dis qu'il n'y a pas de Shadok à côté de la poubelle.



Je dis :  
BU GA

?



<https://micetf.fr/gabuzomeu/>

?



Principe des bases (puissances)

1<sup>er</sup> rang : N (valeur = 3 pour MEU) x base (ici base 4) à la puissance 0 →  $3 \times 4^0 = 3$

2<sup>e</sup> rang : N x base à la puissance 1 →  $0 \times 4^1 = 0$

3<sup>e</sup> rang : N x base à la puissance 2 →  $2 \times 4^2 = 32$

4<sup>e</sup> rang : N x base à la puissance 3 →  $1 \times 4^3 = 64$

Total :  $1 \times 4^3 + 2 \times 4^2 + 0 \times 4^1 + 3 \times 4^0 = 99$

$64 + 32 + 0 + 3 = 99$

<https://micetf.fr/gabuzomeu/>

## *Retour à notre numération occidentale = un algorithme*

→ 21

→ 107 701

→ 123 456 799

**Quelles pratiques pédagogiques mettez-vous en œuvre pour permettre à vos élèves d'assimiler cet aspect de la numération ?**

- On prend conscience de la régularité de la suite des nombres (numération chiffrée) dès la GS de maternelle et le CP
- On peut coder une quantité dont on ne sait pas encore lire le cardinal (68 sera lu « six-huit »).
- On peut écrire le nombre suivant sans avoir la nécessité de savoir le lire : 123456788 puis 123456789 puis 123456790...

# Notre numération

- **La numération est** un des modes de représentation des nombres.
- Deux numérations se côtoient : **numération écrite** (chiffrée) et **numération orale** (mots-nombres).
- **La numération occidentale chiffrée** (numération écrite dite « arabe » ou « indo-arabe ») repose sur deux aspects :
  - Aspect **position** : les unités de numération (unités, dizaines, centaines milliers) apparaissent uniquement **pour nommer les rangs** dans l'écriture en chiffres des nombres. **La signification d'un chiffre dépend de sa position dans l'écriture du nombre.**
  - Aspect **décimal** : réitération de groupements par dix (10 unités =1 dizaine, 10d=1c...)

# Les deux aspects de la numération

(d'après Frédéric TEMPIER <http://numerationdecimale.free.fr/>)

## Aspect position de la numération



Les milliers s'écrivent au 4<sup>ème</sup> rang à partir de la droite, les centaines au 3<sup>ème</sup> rang, etc.

## Aspect décimal :

*Aspect décimal de la numération*

10 unités d'un certain rang équivalent à une unité du rang supérieur.

1 dizaine = 10 unités,  
1 centaine = 10 dizaines,  
donc 1 centaine = 100 unités

1 millier = 10 centaines,  
donc 1 millier = 100 dizaines  
et 1 millier = 1000 unités

# Les deux aspects de la numération (d'après Frédérick TEMPIER

<http://numerationdecimale.free.fr/>)

## Aspect position de la numération



Les milliers s'écrivent au 4<sup>ème</sup> rang à partir de la droite, les centaines au 3<sup>ème</sup> rang, etc.

travaillé prioritairement dans les manuels

## Aspect décimal :

*Aspect décimal de la numération*

10 unités d'un certain rang équivalent à une unité du rang supérieur.

1 dizaine = 10 unités,  
1 centaine = 10 dizaines,  
donc 1 centaine = 100 unités

1 millier = 10 centaines,  
donc 1 millier = 100 dizaines  
et 1 millier = 1000 unités

# Les deux aspects de la numération (d'après Frédérick TEMPIER

<http://numerationdecimale.free.fr/>)

## Aspect position de la numération



Les milliers s'écrivent au 4<sup>ème</sup> rang à partir de la droite, les centaines au 3<sup>ème</sup> rang, etc.

travaillé prioritairement dans les manuels

## Aspect décimal :

*Aspect décimal de la numération*

10 unités d'un certain rang équivalent à une unité du rang supérieur.

1 dizaine = 10 unités,  
1 centaine = 10 dizaines,  
donc 1 centaine = 100 unités

1 millier = 10 centaines,  
donc 1 millier = 100 dizaines  
et 1 millier = 1000 unités

**Ces deux aspects de la numération sont en jeu également dans le calcul posé, le calcul mental ou encore les conversions de mesures. Il s'agit donc de savoirs clés pour l'apprentissage des mathématiques à l'école primaire.**

# Les deux aspects de la numération (d'après Frédérick TEMPIER <http://numerationdecimale.free.fr/>)

## Quel aspect de la numération travaille les activités suivantes ?

1. Décomposer un nombre de manière « canonique » → 5324 se décompose  $5000+300+20+4$
2. Quel nombre correspond à 35 centaines + 42 unités ?
3. Associer l'écriture chiffrée d'un nombre à son écriture en lettres.
4. Tâches de comparaison de nombres.
5. Situations de dénombrement de collections.
6. Problèmes de « commandes ».

...	1 000 000	100 000	10 000	1 000	100	10	1
	Million	Centaine de milliers	Dizaines de milliers	Millier	Centaine	Dizaine	Unité

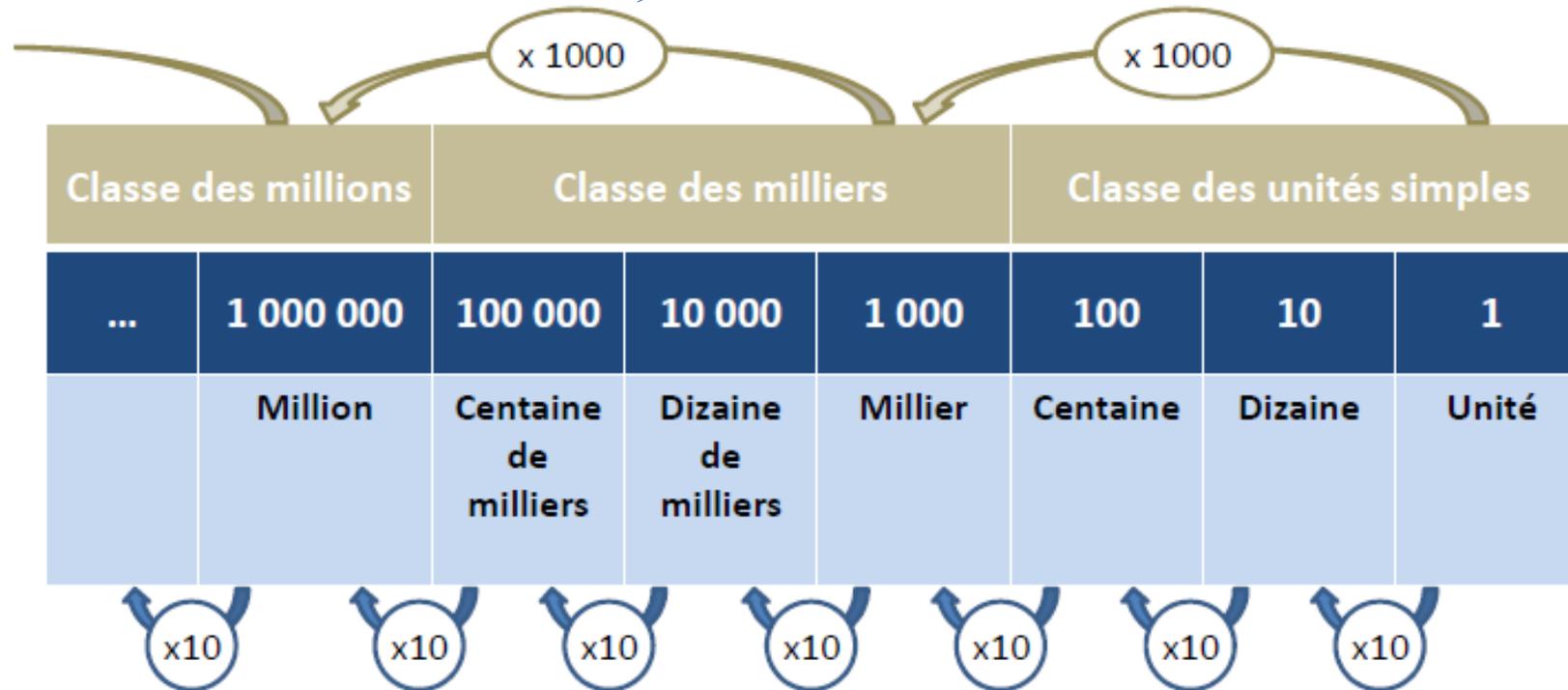
- **Aspect position** : 2 n'a pas la même valeur dans les nombres 233 et 323 ; sa valeur dépend de sa position dans l'écriture du nombre :
  - dans 233, le 2 vaut 2 centaines donc 200,
  - Dans 323, le 2 vaut 2 dizaines donc 20.
- **Le principe du rapport de dix entre les différentes unités** : la valeur d'un chiffre est dix fois plus petite que celle du chiffre écrit immédiatement à sa gauche et dix fois plus grande que celle du chiffre qui est écrit immédiatement à sa droite, ainsi
  - dans 233, le 2 vaut **2 centaines donc 20 dizaines**,
  - dans 323, le 2 vaut **2 dizaines donc 20 unités**.

# Double système d'unités :

Base 10 (rang)

Base 1000 (classes)

Les classes sont utiles dans la lecture des nombres



Les rangs permettent de comprendre L'aspect décimal De la numération

# PLAN

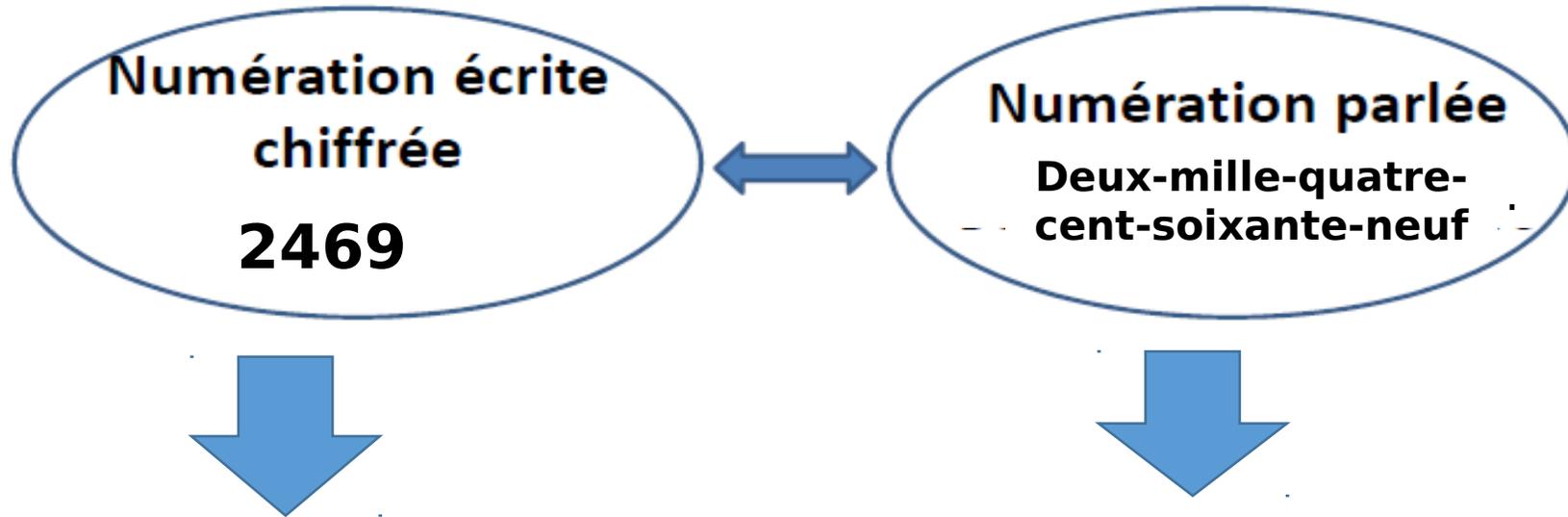
## 1. Connaissances théoriques sur la numération

- Les principes du système décimal de position
- Les deux numérations : orale et écrite

## 2. Enseignement des numérations

- Obstacles d'apprentissage
- Levier : des gestes professionnels à développer pour mener à l'abstraction
- Leviers : des pratiques à renforcer
  - 1. Les groupements
  - 2. Les relations entre les unités de numération (échanges)
  - 3. La comptine numérique
  - 4. Percevoir la suite algorithmique
  - 5. Lier numération orale et écrite

# Les deux numérations : orale et écrite



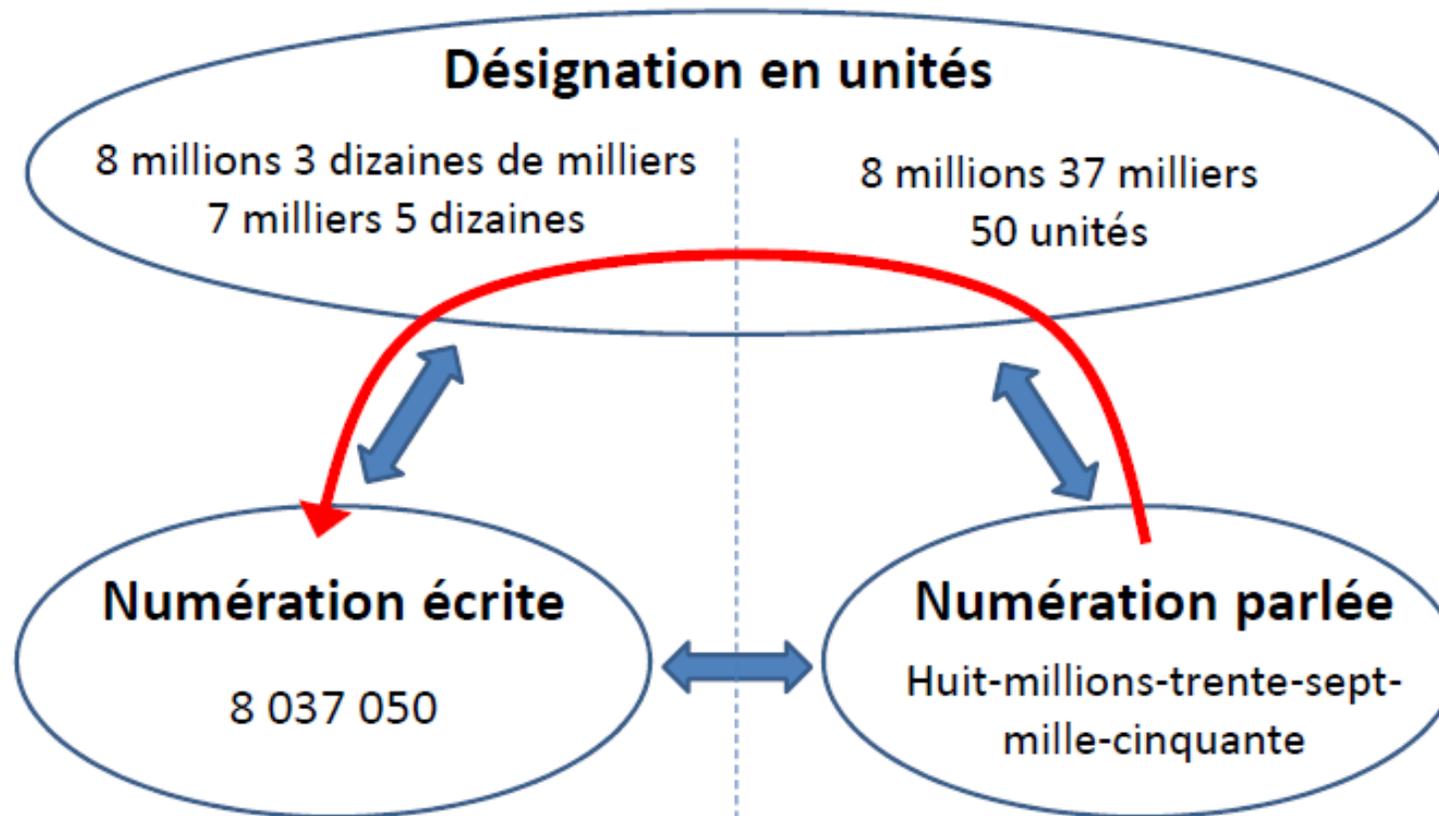
- Système de numération décimal, de position

Des conséquences pour la numération écrite :  
écriture d'un **espace entre les groupes de trois chiffres (pour les grands nombres C3)**.

- Différents systèmes imbriqués :
  - base 10 avec des irrégularités
  - regroupement par classes (mille, millions, milliards)

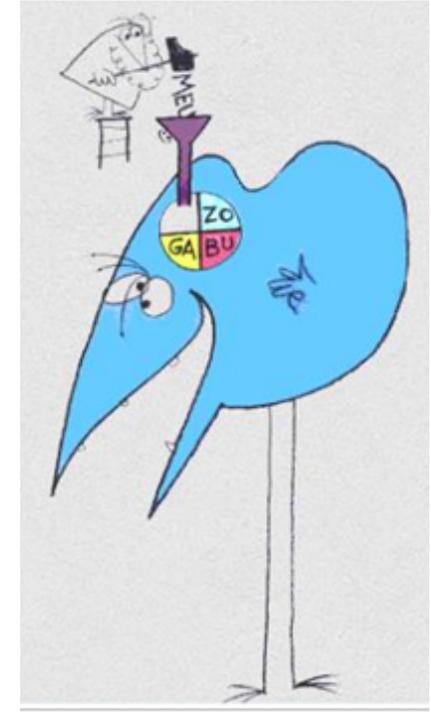
**Conclusion : les deux numérations coexistent mais l'une n'est pas la traduction de l'autre.**

# Une autre façon de dire et écrire les nombres



*Pour les dates : dix-sept-cent-quatre-vingt-neuf  
= 17 centaines 4 vingtaines 9 unités*

**Apprendre le nombre**  
**Enseigner le nombre**



## **2. Enseignement des numérations**

# PLAN

## 1. Connaissances théoriques sur la numération

- Les principes du système décimal de position
- Les deux numérations : orale et écrite

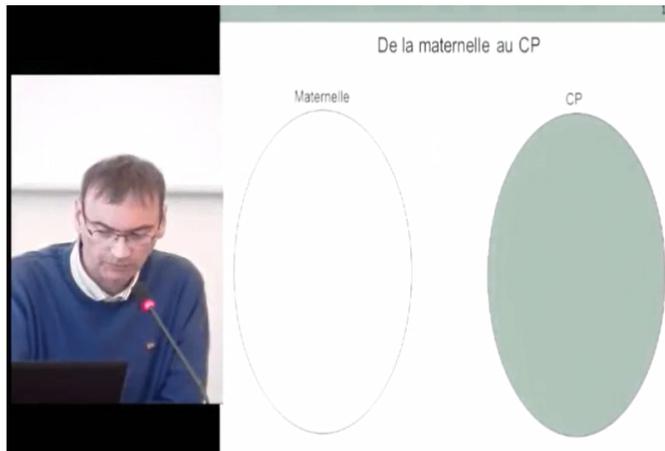
## 2. Enseignement des numérations

- Obstacles d'apprentissage
- Levier : des gestes professionnels à développer pour mener à l'abstraction
- Leviers : des pratiques à renforcer
  - 1. Les groupements
  - 2. Les relations entre les unités de numération (échanges)
  - 3. La comptine numérique
  - 4. Percevoir la suite algorithmique
  - 5. Lier numération orale et écrite

# Obstacles d'apprentissage

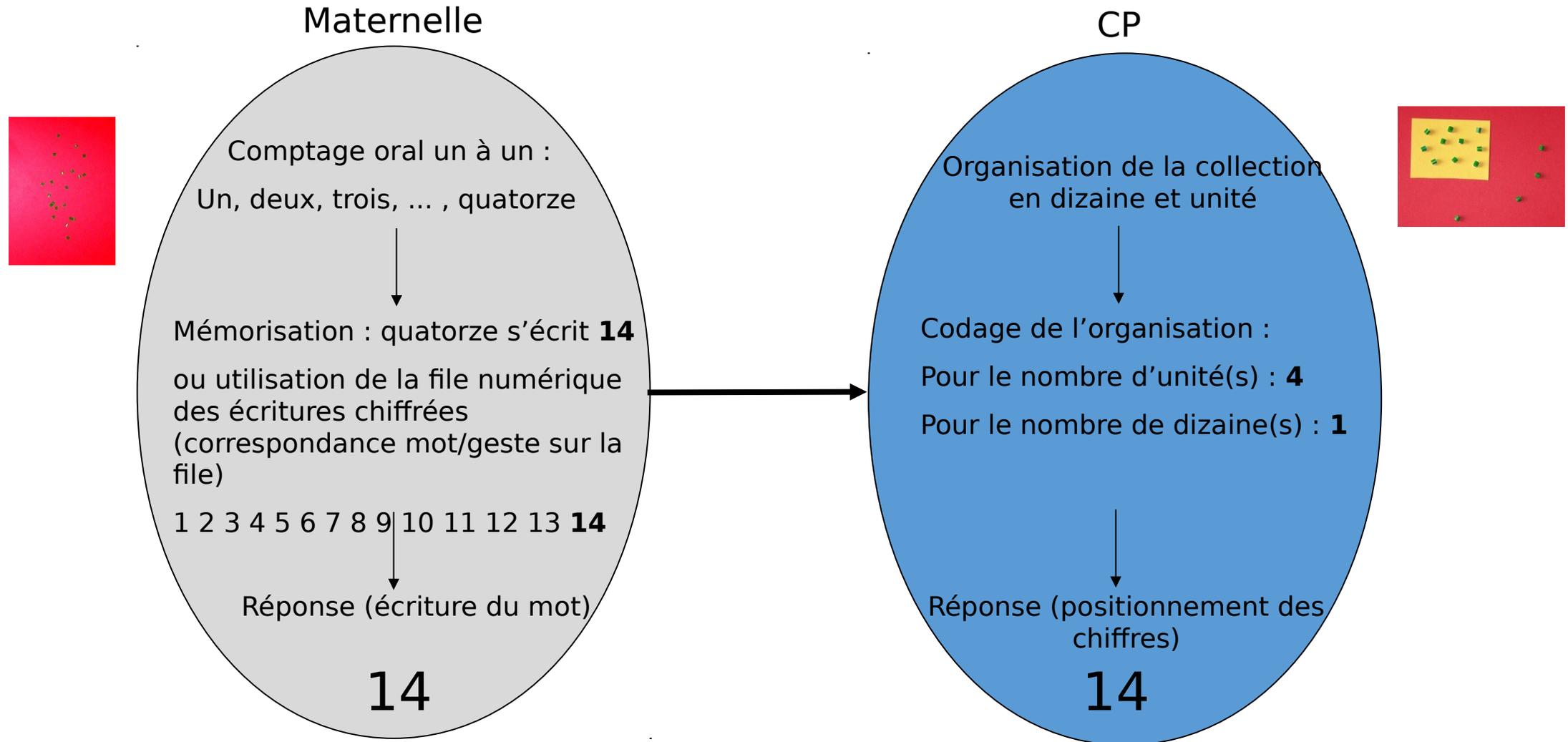
## 1/ A la maternelle: conceptualisation du nombre via la numération orale

- Emploi de l'écriture chiffrée comme traduction écrite **du nom des nombres** : « 14 = quatorze » (*ça s'écrit comme ça*)
- Tâches de dénombrement via l'utilisation de la comptine numérique (orale)

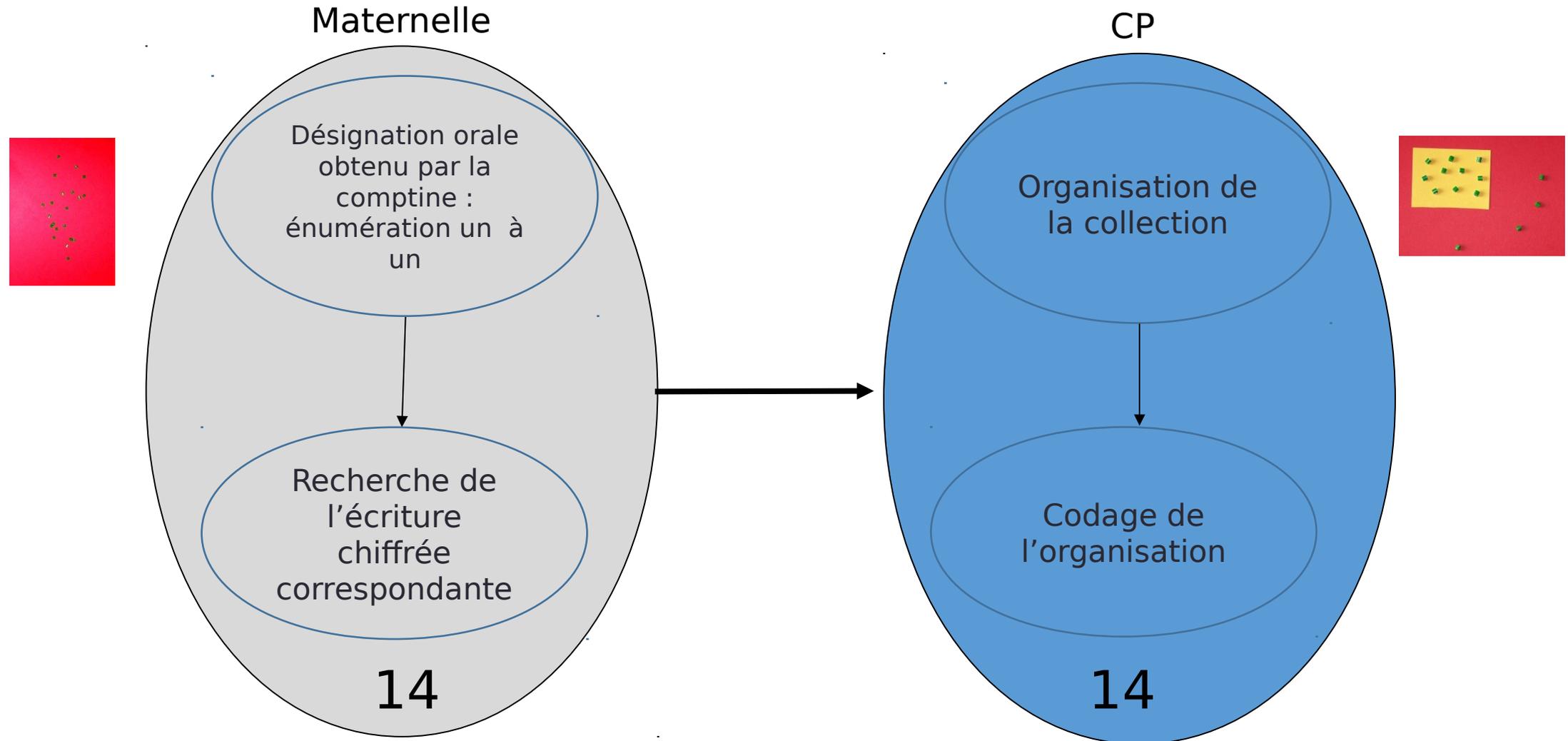


Extrait de la conférence d'Eric Mounier

# De la maternelle au CP



# De la maternelle au CP



Un autre exemple : que signifie l'écriture chiffrée 42 ?

« 42 » se dit « quarante-deux », c'est « quarante » plus « deux », c'est  $40+2$

« quarante-deux » c'est  $40+2$ , mais ça ne s'écrit pas « 402 » mais « 42 » car « quarante » ça fait penser à « quatre » qui s'écrit « 4 »

Sur la file numérique, on constate que le nombre « 42 » est précédé de 4 morceaux de file de longueur dix

**Y retrouve-t-on facilement 4 dizaines ? Est-ce un heureux hasard de le constater ?**

# Obstacles d'apprentissage

## 2/ Donner du sens aux écritures chiffrées

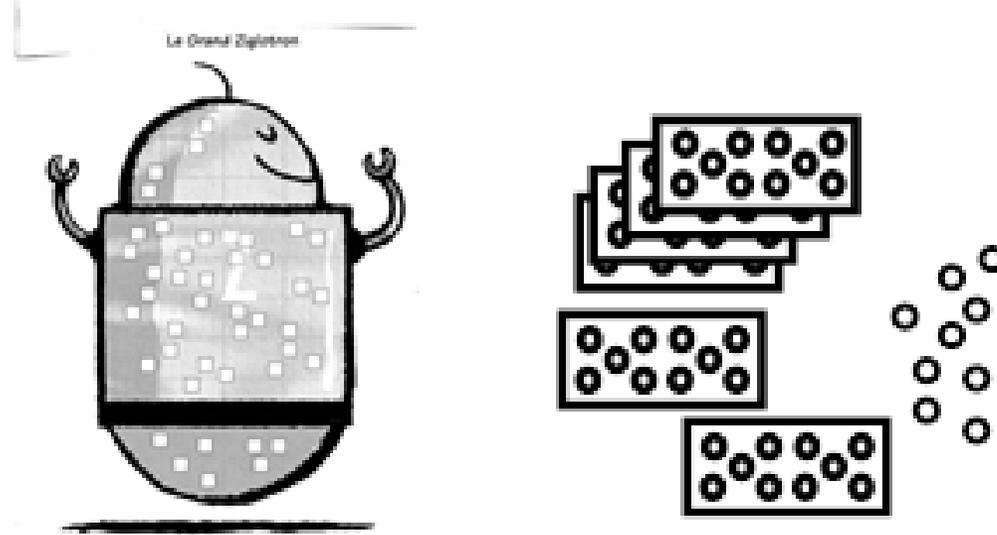
Un exemple en classe : la séquence Ziglotron Cap Maths CP

Objectif : donner du sens aux écritures chiffrées

Consigne : dénombrer le nombre de boutons

( situation classique de commande)

Réponse des élèves après 2 séances (réponses des élèves en rouge)



Il faut **25** boutons  
Ma commande :  
**25** paquets de dix  
boutons  
... boutons.

E1

Il faut **45** boutons  
Ma commande :  
**quarante** paquets de dix  
boutons  
**cinq** boutons.

E2

# Obstacles d'apprentissage

Analyse des erreurs :

- Comment valoriser le travail de l'élève 1 ? De l'élève 2 ?
- Quels hypothèses peut-on émettre sur le fait que ces deux élèves ne font pas le **lien entre le nombre de paquets de dix et les chiffres dans l'écriture chiffrée du nombre ?**

# Obstacles d'apprentissage

## 3/ Composer / décomposer un nombre → capacité à faire "parler les nombres"

Résultats d'une recherche menée en classe de CE2 :

### Composer un nombre : écriture en unités vers écriture en chiffres

1 centaine + 9 dizaines + 3 unités = ...	91%	2 dizaines + 15 unités = ...	41%
8 dizaines + 2 centaines + 5 unités = ...	78%	4 centaines + 10 dizaines = ...	32%
6 centaines + 9 unités = ...	65%	5 centaines + 12 dizaines + 3 unités = ...	39%
7 unités + 4 centaines = ...	63%	21 dizaines + 3 centaines = ...	21%
3 dizaines + 6 centaines = ...	52%	6 centaines + 21 dizaines + 14 unités = ...	17%

Tableau 3 : exercice de composition, pourcentages de réussite pour 127 élèves (sauf pour 21 d + 3 c où seulement 103 élèves ont été évalués).

# Obstacles d'apprentissage

## 3/ Composer / décomposer un nombre → capacité à faire "parler les nombres"

Résultats d'une recherche menée en classe de CE2 :

### Composer un nombre : écriture en unités vers écriture en chiffres

1 centaine + 9 dizaines + 3 unités = ...	91%	2 dizaines + 15 unités = ...	41%
8 dizaines + 2 centaines + 5 unités = ...	78%	4 centaines + 10 dizaines = ...	32%
6 centaines + 9 unités = ...	65%	5 centaines + 12 dizaines + 3 unités = ...	39%
7 unités + 4 centaines = ...	63%	21 dizaines + 3 centaines = ...	21%
3 dizaines + 6 centaines = ...	52%	6 centaines + 21 dizaines + 14 unités = ...	17%

#### Quels paramètres peuvent expliquer les échecs plus importants ?

Tableau 3 : exercice de composition, pourcentages de réussite pour 127 élèves (sauf pour 21 d + 3 c où seulement 103 élèves ont été évalués).

# Obstacles d'apprentissage

## 3/ Composer / décomposer un nombre → capacité à faire "parler les nombres"

Résultats d'une recherche menée en classe de CE2 :

### Composer un nombre : écriture en unités vers écriture en chiffres

1 centaine + 9 dizaines + 3 unités = ...	91%	2 dizaines + 15 unités = ...	41%
8 dizaines + 2 centaines + 5 unités = ...	78%	4 centaines + 10 dizaines = ...	32%
6 centaines + 9 unités = ...	65%	5 centaines + 12 dizaines + 3 unités = ...	39%
7 unités + 4 centaines = ...	63%	21 dizaines + 3 centaines = ...	21%
3 dizaines + 6 centaines = ...	52%	6 centaines + 21 dizaines + 14 unités = ...	17%

**Quels paramètres peuvent expliquer les échecs les plus importants ?**

**Dès le début de l'année de CP :**

décomposition, recomposition, relation entre les nombres : 5, 10, 20

# PLAN

## 1. Connaissances théoriques sur la numération

- Les principes du système décimal de position
- Les deux numérations : orale et écrite

## 2. Enseignement des numérations

- Obstacles d'apprentissage

- Levier : des gestes professionnels à développer pour mener à l'abstraction

- Leviers : des pratiques à renforcer

- 1. Les groupements

- 2. Les relations entre les unités de numération (échanges)

- 3. La comptine numérique

- 4. Percevoir la suite algorithmique

- 5. Lier numération orale et écrite

# En quoi cette situation permet-elle de construire la numération ?

- **Zoom sur les gestes professionnels :**

vidéo 1 : que fait l'enseignant pour que les élèves comprennent la situation ?

**vidéo 1 :**

- a. Dans cette situation de résolution de problèmes, que fait l'enseignant pour renforcer la compréhension du système de numération ?
- b. Quelles différenciations avez-vous identifiées ?

# En quoi ce film permet-il ou non de construire la numération ?



Préalable : protocole visionnage vidéos

# Des étapes vers l'abstraction



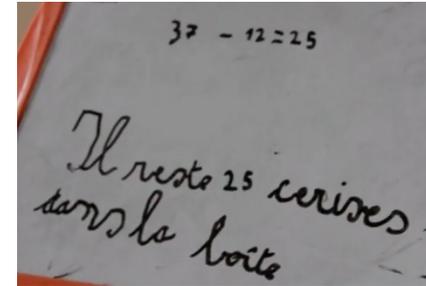
Jouer la situation : **Manipuler**



**Représenter** la situation



**Manipuler** les quantités pour effectuer les transformations



**Modéliser** (abstraire) les quantités et le changement d'état

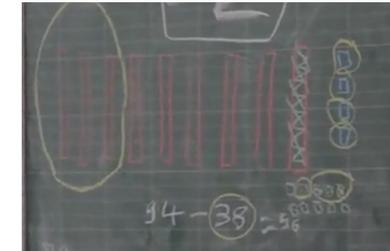
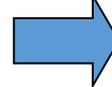


Schéma en barre

**Représenter** les transformations sur les quantités et y associer la **modélisation**

Vidéo 2

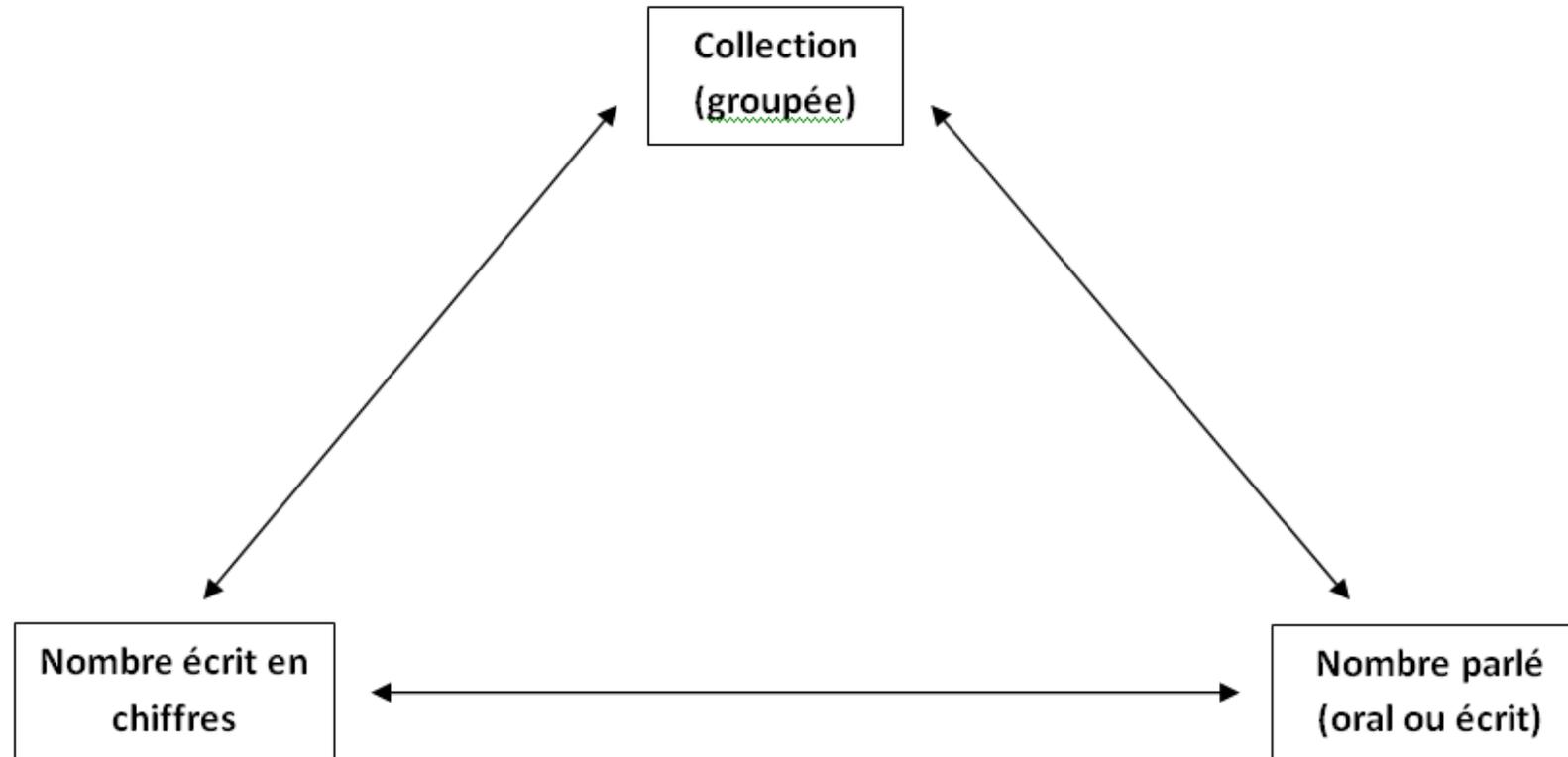


**Représenter** les quantités manipulées

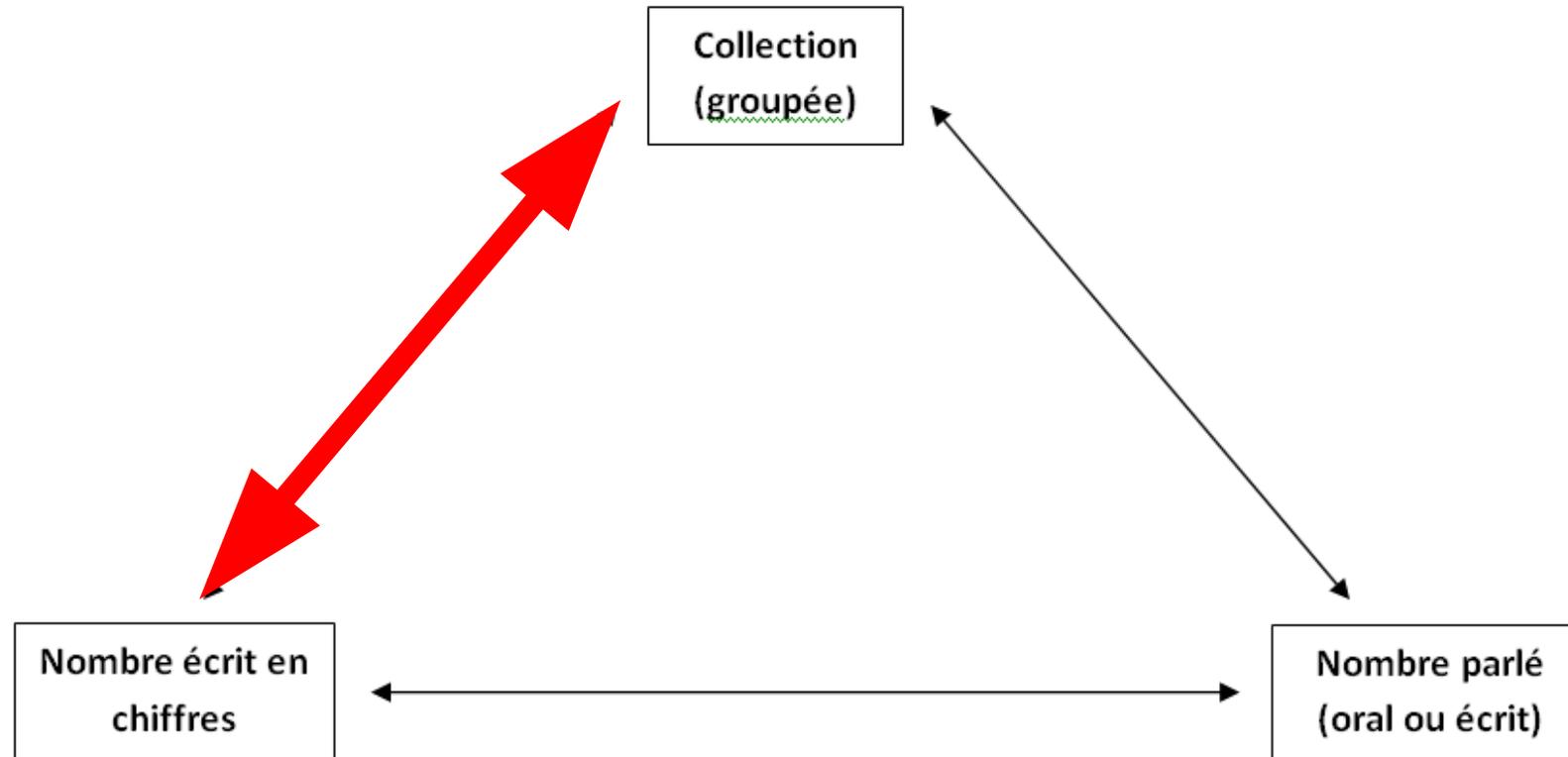
# Synthèse

- Renforcer la place de la **manipulation** par les élèves qui en ont besoin (principalement avec du matériel construit avec les élèves permettant de travailler sur la numération).  
<https://micetf.fr/numop/>
- Travailler sur les **représentations du matériel** permettant de passer progressivement des manipulations de cubes à un travail sur les représentations des cubes et des barres de dix cubes pour les élèves qui ont des difficultés à travailler uniquement avec des nombres écrits en chiffres.
- Passer au travail avec les **nombres écrits en chiffres et utilisation des symboles + et -**.

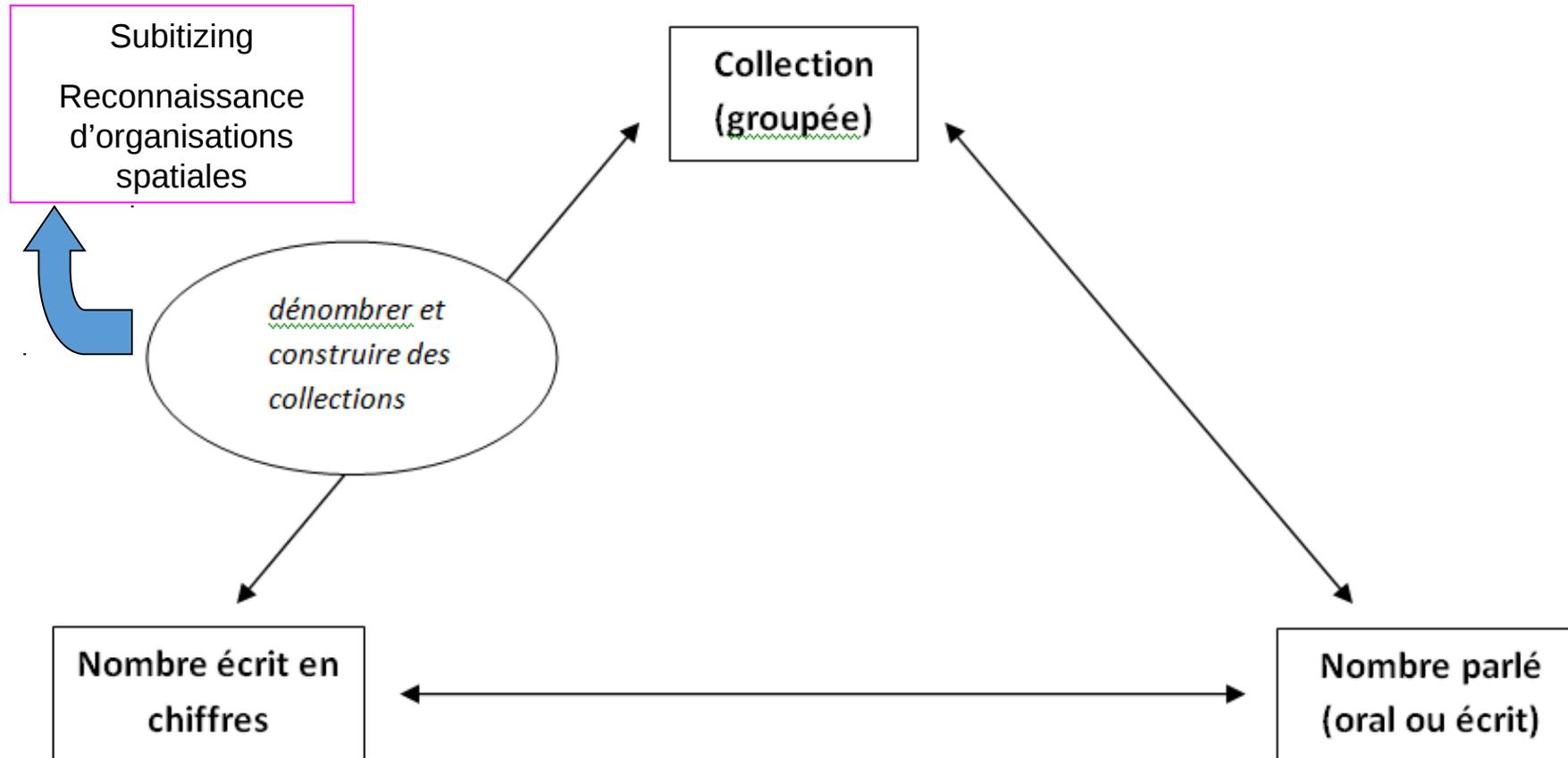
# Leviers : des pratiques à renforcer



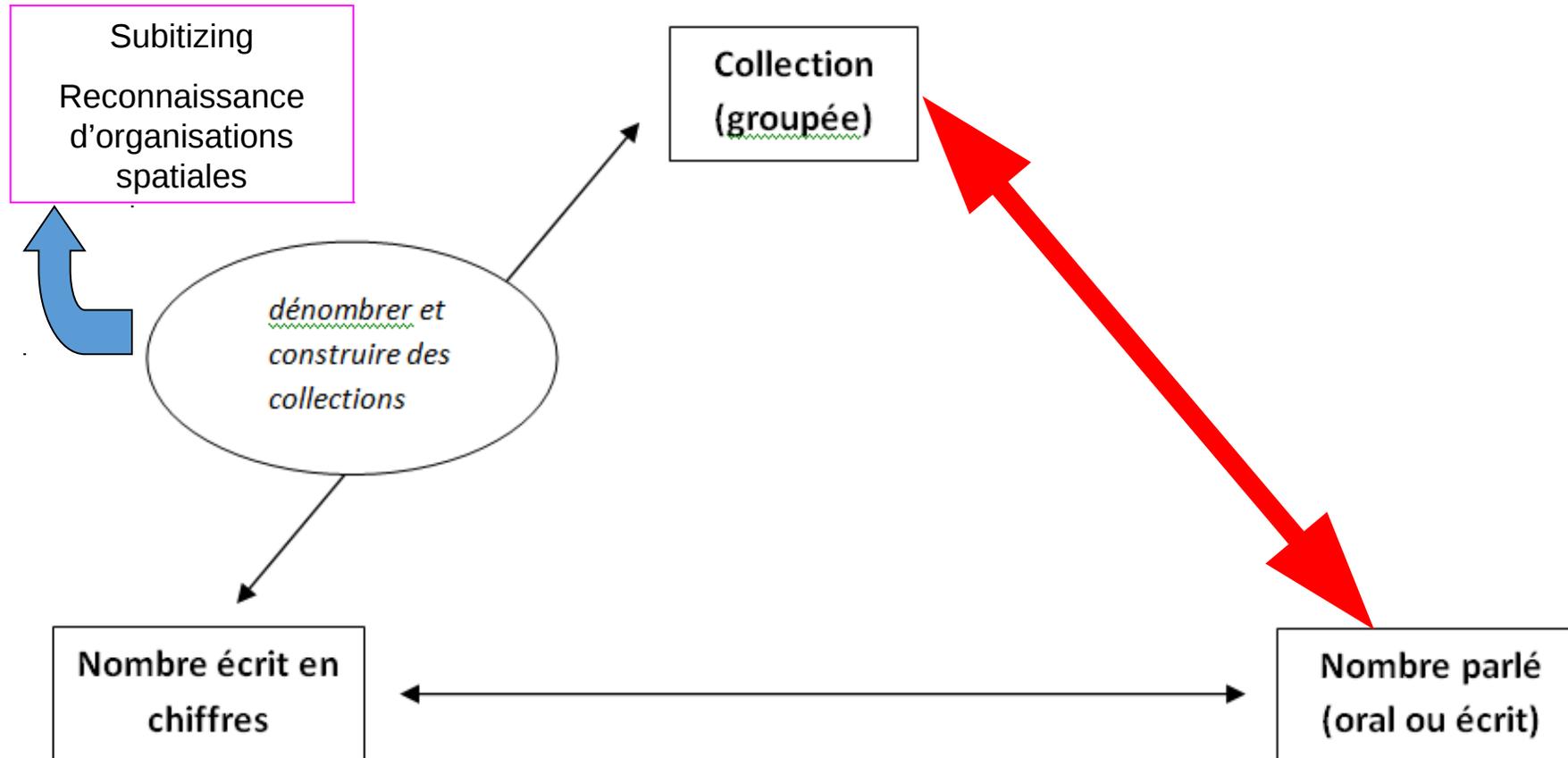
# Leviers : des pratiques à renforcer



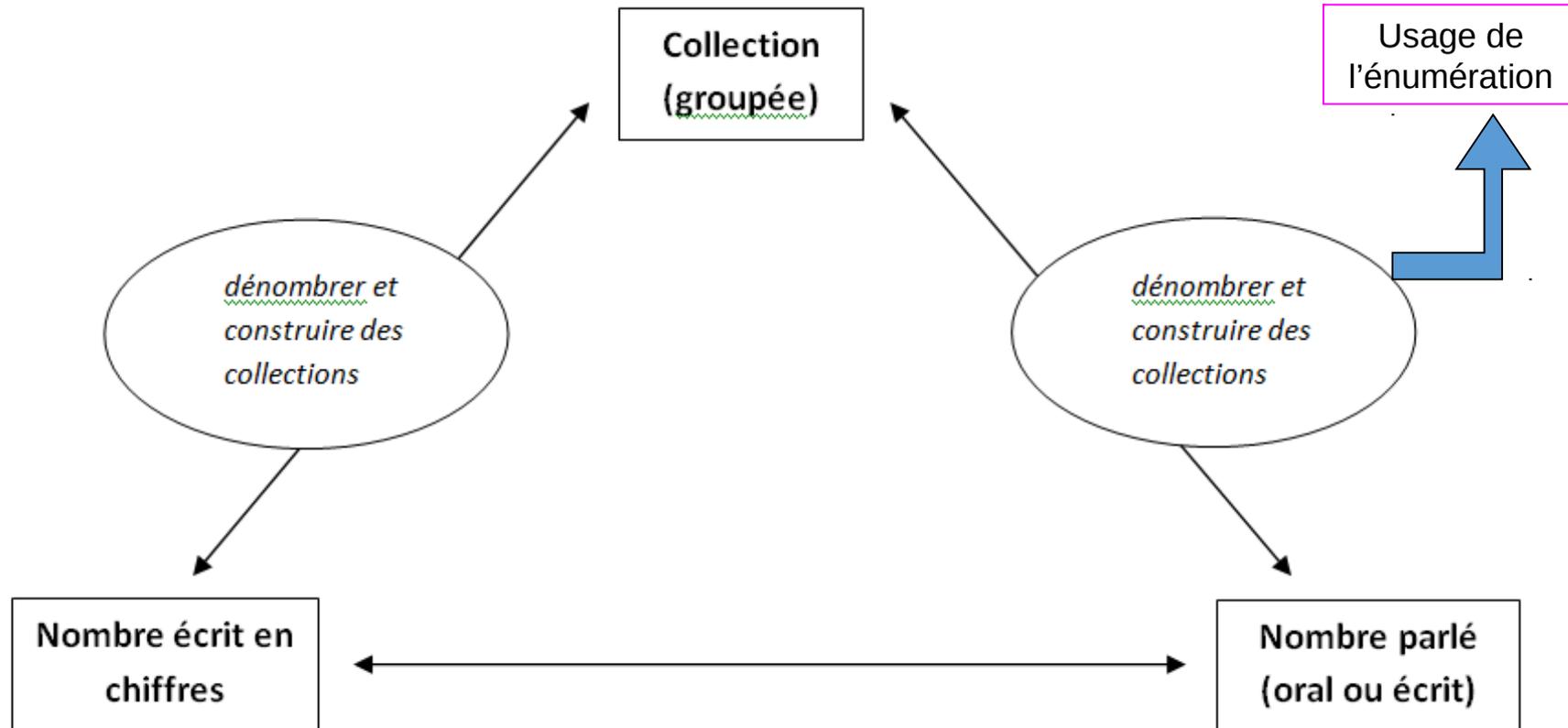
# Leviers : des pratiques à renforcer



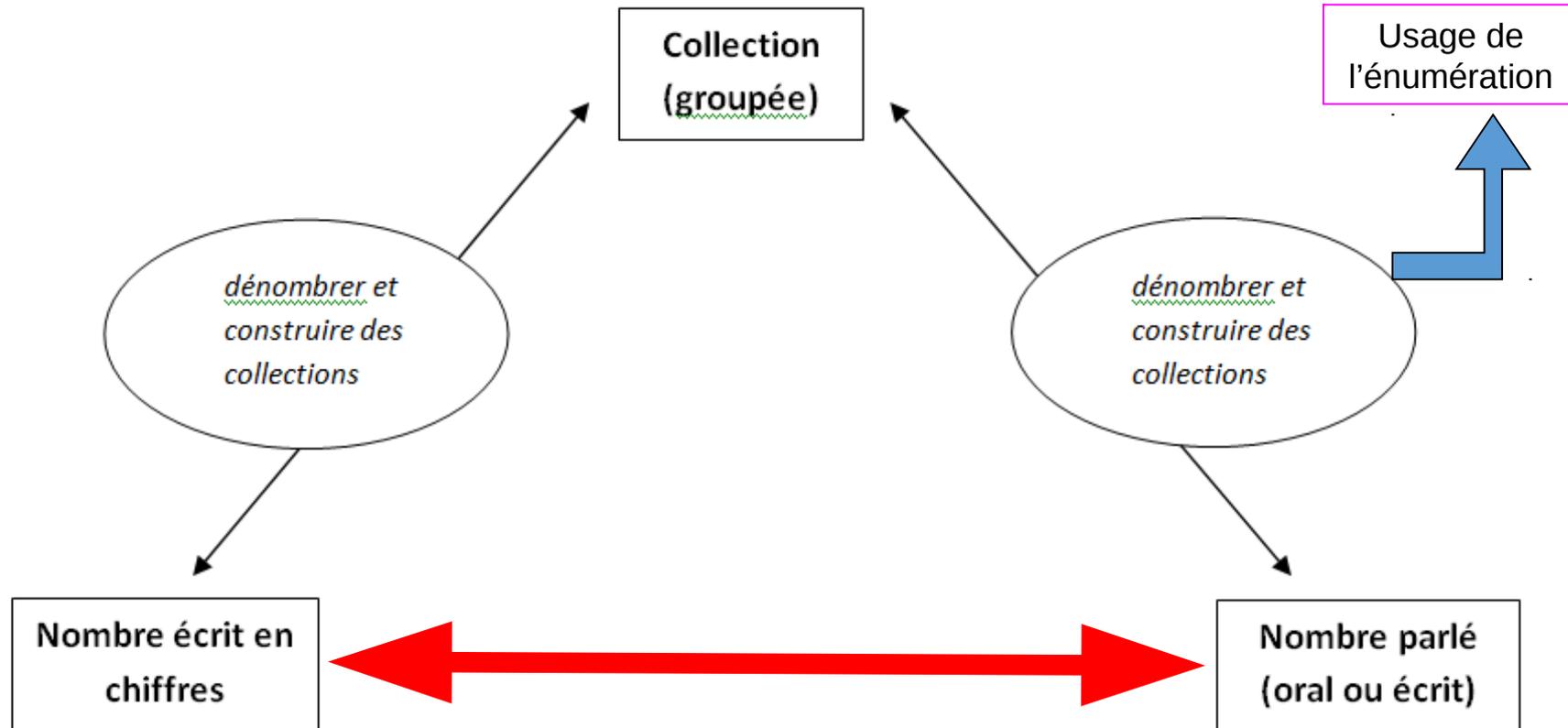
# Leviers : des pratiques à renforcer



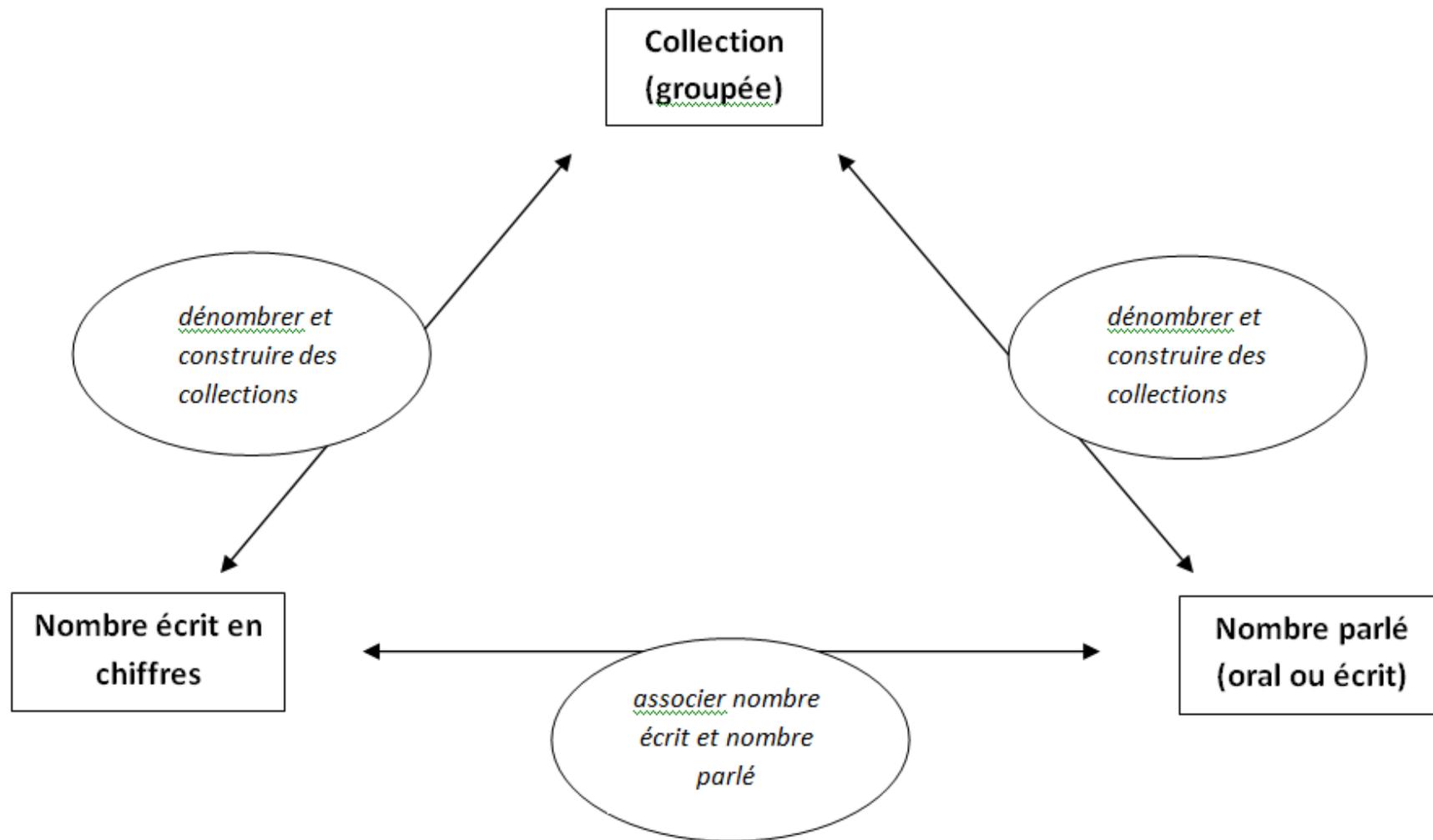
# Leviers : des pratiques à renforcer



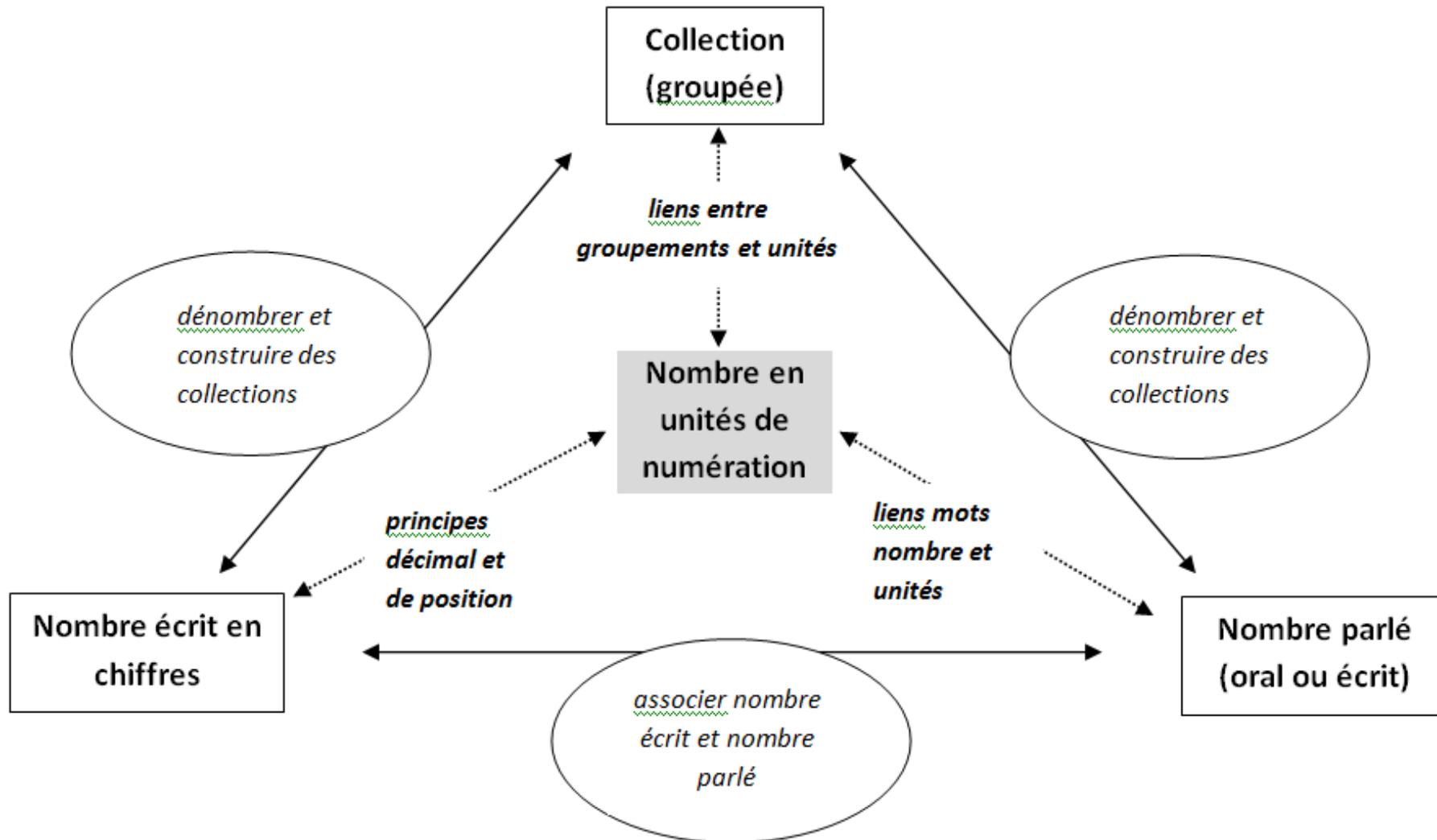
# Leviers : des pratiques à renforcer



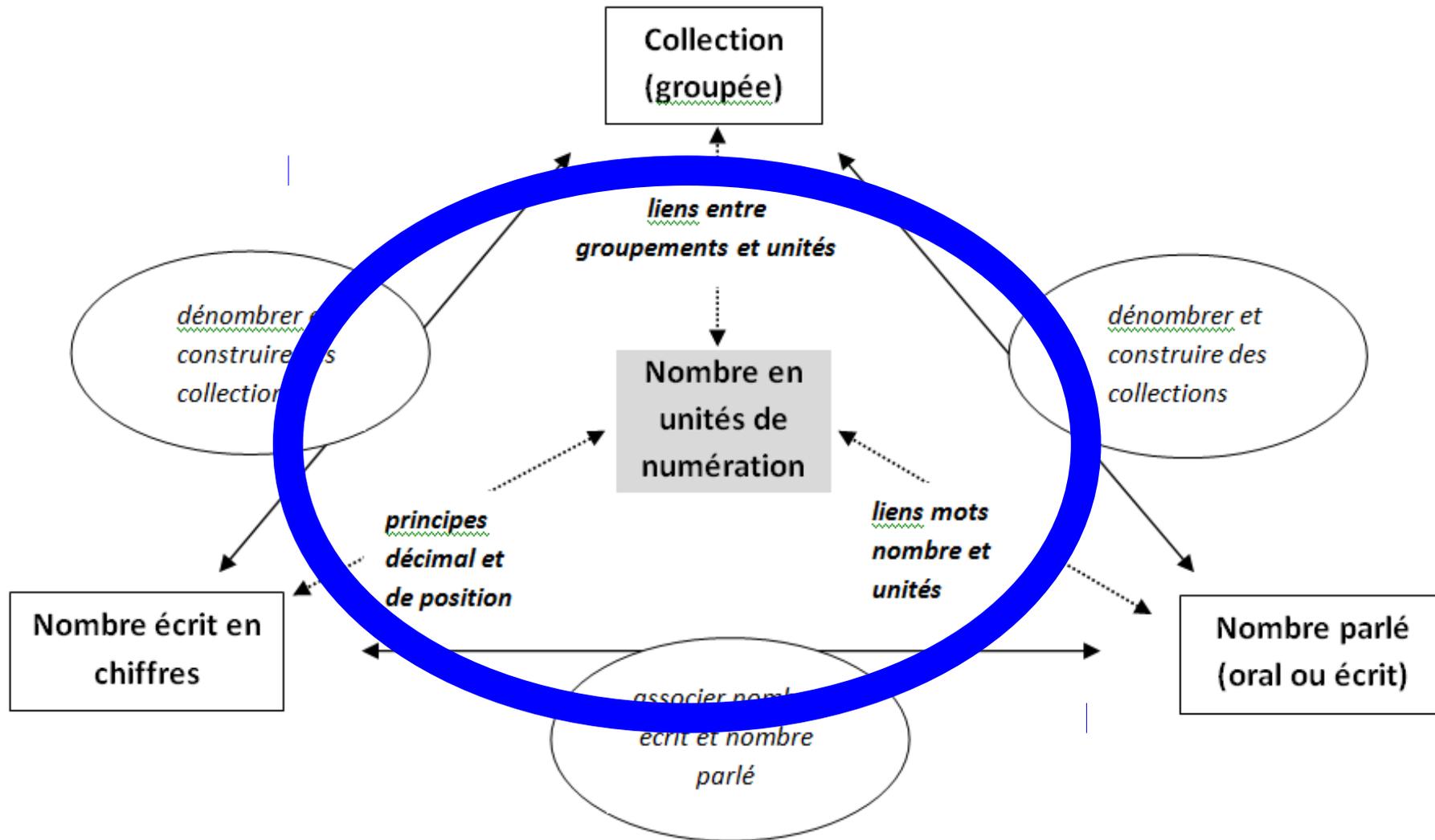
# Leviers : des pratiques à renforcer



# Leviers : des pratiques à renforcer



# Leviers : des pratiques à renforcer



# Leviers : des pratiques à renforcer

## **1/ Enseigner les écritures chiffrées des nombres entiers :**

- sans partir de la numération orale
- avec des tâches favorisant aussi la procédure avec organisation/codage

## **2/ Articuler l'apprentissage des deux numérations afin de renforcer la compréhension de chacune.**

## **3/ Travailler la numération, c'est proposer des activités mettant en évidence les aspects : groupements, échanges, position, oralisation.**

# PLAN

## 1. Connaissances théoriques sur la numération

- Les principes du système décimal de position
- Les deux numérations : orale et écrite

## 2. Enseignement des numérations

- Obstacles d'apprentissage
- Levier : des gestes professionnels à développer pour mener à l'abstraction
- Leviers : des pratiques à renforcer
  - 1. Les groupements
  - 2. Les relations entre les unités de numération (échanges)
  - 3. La comptine numérique
  - 4. Percevoir la suite algorithmique
  - 5. Lier numération orale et écrite

# 1/ Les groupements

Quels rôles prend 10 dans la construction de notre numération ?



B. Numération écrite chiffrée : la construire et non décrypter des écritures déjà là  
Exemple



Comparer rapidement le cardinal de 2 collections d'objets, en augmentant les quantités en jeu

→ la solution du problème passe par l'organisation en groupes identiques

# Groupement par 10 ou comment comprendre la construction de notre numération en passant par la représentation

Vidéo en classe de CP

**Quels sont les éléments qui permettent aux élèves de construire la numération ?**



# Groupement par 10 ou comment comprendre la construction de notre numération en passant par la représentation

Vidéo en classe de CP

Quels sont les éléments qui permettent aux élèves de construire la numération ?



- Une quantité  $< 100$
- Des objets déplaçables
- Aspect décimal
- Organisation à partir d'un codage connu : (les barres doigts / Stella Baruck)

# Groupement par 10 ou comment comprendre la construction de notre numération en passant par des groupements : dénombrer des bâchettes

**CP : Dès la période 2 + lien avec le rituel « chaque jour compte » (groupement par 10 dès le 30<sup>e</sup> jour)**



Une grande quantité d'objets à dénombrer :

- Environ 1300 en CP
- Environ 2500 en CE1 : **rencontre des centaines en P1. 1000 est atteint en P2 + travail tout au long de l'année sur les nombres jusqu'à 10 000**



Exemple de défi : comparer deux quantités de bâchettes le plus rapidement possible

# Dénombrer des bâchettes

On convient **avec la classe**  
de faire des paquets de 10  
bâchettes



Puis des sachets  
(transparents) de « 10  
paquets de 10 bâchettes »



Puis des boîtes (transparentes)  
de « 10 sachets de 10 paquets  
de 10 bâchettes »



# Dénombrer des bâchettes



## Procédures possibles :

- Comptage oral : de mille en mille puis cent en cent, ... puis écriture du nombre en chiffres.
- Lecture orale puis écriture en chiffres : 1 boîte c'est « mille » puis 4 sachets c'est « quatre cents », etc. puis écriture en chiffres 1452.
- Position : écriture directe en chiffres à partir du nombre de milliers de bâchettes, de centaines de bâchettes, de dizaines de bâchettes et de bâchettes seules : 1452

**L'élève pourra écrire le nombre sans savoir obligatoirement prononcer le nom du nombre.**

Deux quantités de bâchettes peuvent ainsi être comparées. Question pour les élèves : par quel groupement allons nous commencer pour faire la comparaison ?

# PLAN

## 1. Connaissances théoriques sur la numération

- Les principes du système décimal de position
- Les deux numérations : orale et écrite

## 2. Enseignement des numérations

- Obstacles d'apprentissage
- Levier : des gestes professionnels à développer pour mener à l'abstraction
- Leviers : des pratiques à renforcer

➤ 1. Les groupements

➤ 2. Les relations entre les unités de numération (échanges)

➤ 3. La comptine numérique

➤ 4. Percevoir la suite algorithmique

➤ 5. Lier numération orale et écrite

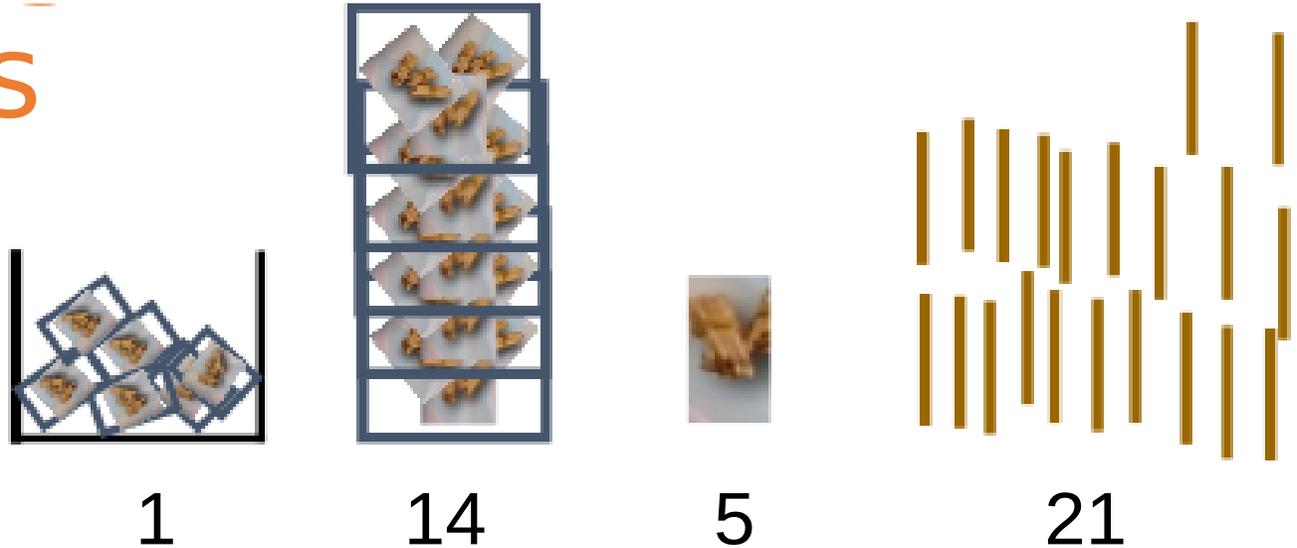
## 2/ Les relations entre les unités de numération (les échanges)

Pour quoi faire ?

Pour apprendre la différence entre valeur et quantité :

- Pour comprendre la monnaie
- Pour comprendre les conversions (unités de mesure)
- Pour comprendre notre système décimal

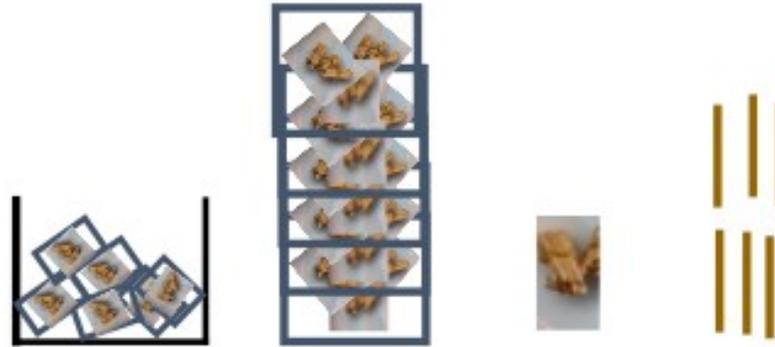
# Dénombrer des bûchettes



Ce problème permet de rompre avec une conception uniquement positionnelle (juxtaposition des chiffres). Il s'agit encore d'une situation de dénombrement mais les collections utilisées ne seront pas totalement groupées : il reste certaines unités en nombre supérieur à 10. Cela devrait amener les élèves à utiliser les relations entre unités :  $10C = 1M$ ,  $10D = 1C$  et  $10U = 1D$ .

**Quelles activités peut-on proposer à partir de ce type de matériel pour travailler l'aspect décimal de la numération ?**

# Dénombrer des bâchettes



1

24

7

6

## Procédures attendues

- Par le dessin et comptage : dessin de 24 sachets de 100 bâchettes, 1 boîte de 1000, etc. puis comptage oral, jusqu'à « trois-mille-quatre-cent-soixante-seize » que l'on écrit 3476.
- Par le dessin et des groupements : dessin de 24 sachets de 100 bâchettes puis regroupement des 20 sachets en 2 boîtes, etc. Il reste à la fin 3 boîtes, 4 sachets, 7 paquets et 6 bâchettes seules, soit 3476.
- Écritures additives :  $100 + 100 + 100 + 100 + \dots$  puis regroupement des paquets de 100 par 10 pour faire des milliers. On obtient ainsi 3 milliers, 4 centaines, 7 dizaines et 6 unités, soit 3476.
- Utilisation de conversions entre unités : conversion de 24C en 2M + 4C. On obtient ainsi 3 milliers, 4 centaines, 7 dizaines et 6 unités, soit 3476. L'élève va devoir réaliser des groupements

# Commander des bûchettes

(séquence proposée par Frédéric TEMPIER)

Marchand de bûchettes : il en a à l'unité, par dizaine (paquets de dix), par centaine (paquets de cent) et par millier (paquets de mille).

Commandes : XXXX bûchettes

Consigne 1 : « Vous avez des commandes de bûchettes à faire. Il vous faut exactement le bon nombre de bûchettes. Combien pouvez-vous commander de bûchettes à l'unité, par dizaines, par centaines et par milliers ? »

Consignes suivantes (rupture de stock)

Idem consigne 1 mais le marchand n'a plus de bûchettes par milliers, ou par centaines, ou ni par milliers ni par dizaines

**Pour l'enseignant, quels sont les enjeux de cette situation d'apprentissage ?**

# Commander des bâchettes

(séquence proposée par Frédéric TEMPIER)

**Procédures possibles.** Pour le 1er cas (pas de millier). Pour une commande de 1385 bâchettes par exemple, les élèves peuvent commander 13 centaines 8 dizaines et 5 bâchettes seules.

Par le dessin : dessin de sachets de 100 bâchettes et comptage de cent en cent jusqu'à « mille trois cents ». Comptage du nombre de sachets de 100 obtenus : il y en a 13.

Écritures additives :  $100 + 100 + 100 + 100 + \dots$  jusqu'à 1300 et comptage du nombre de 100 obtenus. Il y a 13 sachets de 100.

Utilisation d'une conversion : conversion de 1 millier en 10 centaines et ajout des 3 centaines restantes. 13 centaines.

Lecture directe à partir de l'écriture chiffrée : dans 1385 il y a 13 centaines.

Une fois que les élèves ont trouvé le nombre de sachets ils peuvent trouver le nombre de paquets de dix et de bâchettes à l'unité par lecture au rang des dizaines et des unités : 8 paquets de 10 et 5 bâchettes à l'unité.

# Le jeu du caissier (CE1 → 999, CE2 → 9999) (séquence ERMEL → padlet)

**Objectif : travailler les relations entre les unités de numération**

Deux rôles :

- Le caissier procède aux échanges
- Deux élèves dénombrent et organisent



Une fois que les élèves ont procédé aux échanges ils peuvent trouver la somme par lecture au rang des dizaines de mille, milliers, centaines, dizaines et des unités

Le nombre du jour

*Écrivez le plus de représentations du nombre suivant :*

1234

# La collection du jour

(séquence proposée par Frédérick TEMPIER)



## Rappel de qu'il y a à savoir :

Principe de position : Les milliers s'écrivent au 4<sup>ème</sup> rang à partir de la droite, les centaines au 3<sup>ème</sup> rang, etc.

*Remarque : pour la formulation de la méthode, à l'expression « chiffre des ... » nous préférons utiliser le terme de « rang des ... » (ou bien « le chiffre au rang des ... ») qui fait davantage référence à la position dans l'écriture chiffrée.*

Principe décimal : 1 dizaine = 10 unités, 1 centaine = 10 dizaines = 100 unités, 1 millier = 10 centaines = 100 dizaines = 1000 unités

- La compréhension et l'appropriation de ce système de position se travaillent à l'aide de **décompositions et de recompositions**.

Par exemple, 235 c'est :

- « 2 centaines, 3 dizaines et 5 unités »,
- ou « 235 unités »,
- ou « 23 dizaines et 5 unités »,
- ou « 2 centaines et 35 unités »...
- ou 35 unités et 2 centaines

*Ces différentes écritures nécessitent de concevoir **une centaine** non seulement comme **cent unités**, mais aussi comme **10 dizaines d'unités** (cf. diapo précédente).*

# La collection du jour

(séquence proposée par Frédérick TEMPIER)



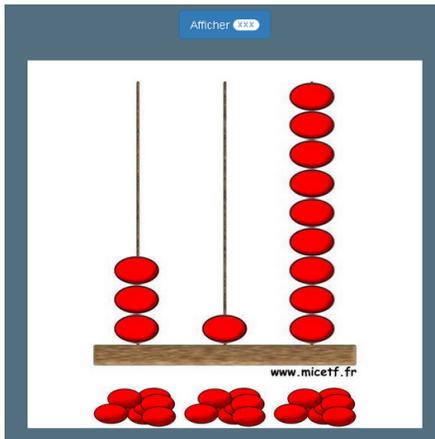
## **Prolongement en classe : jeu du télégramme**

Les élèves sont regroupés par équipe. Chaque équipe dispose d'une feuille/élève pré-pliée sur laquelle est inscrit un nombre. Le premier élève écrit une première décomposition de ce nombre utilisant des unités de numération puis il cache l'écriture précédente (en repliant la feuille).

L'élève suivant doit donner une autre écriture puis il cache la précédente écriture, etc.

Chaque élève ne peut voir que la dernière écriture produite. Quand la feuille est remplie, on la déplie et compare les écritures produites. L'équipe gagnante est l'équipe qui a le plus d'écritures différentes.

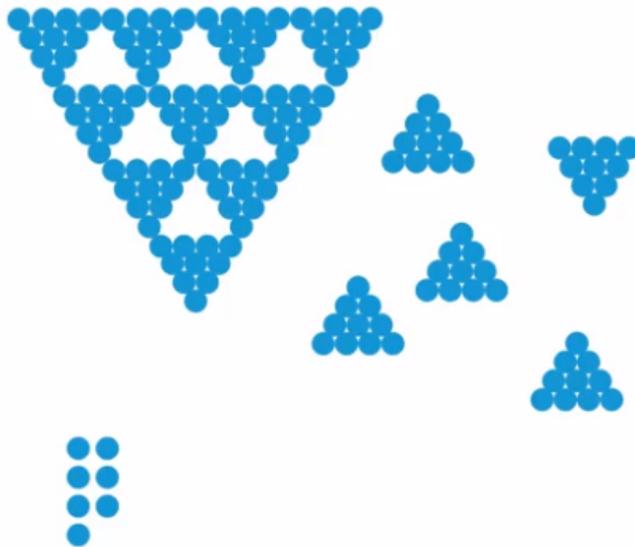
# Autres pratiques et outils pédagogiques



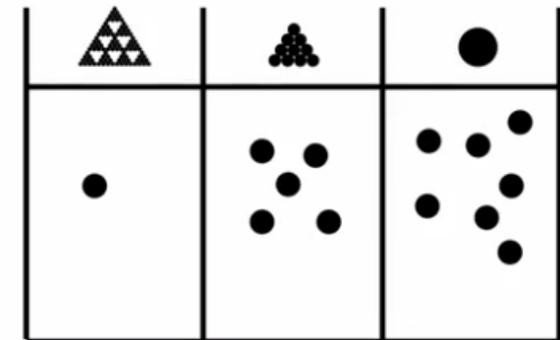
Si l'abaque est une représentation symbolique de niveau 3, quelles sont celles de niveau 1 et 2 et celles de niveaux 4 et 5 ?

## Le système décimal de position

Représentation analogique iconique



Représentation symbolique de niveau trois (abaque)

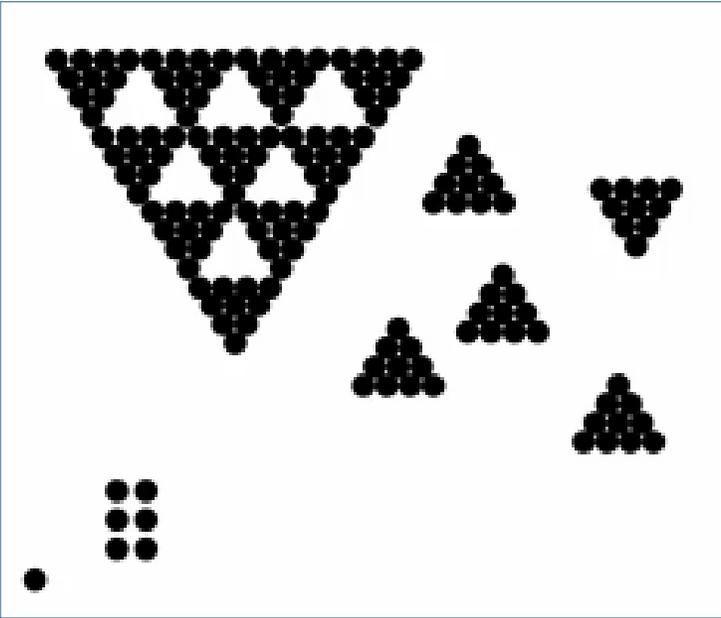


un - cinq - sept

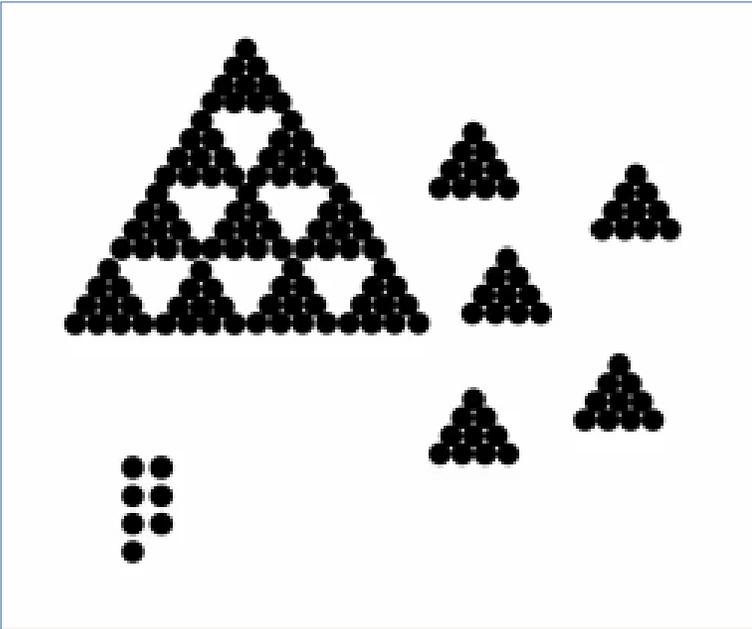
Pas plus de neuf jetons par colonne

cent cinquante-sept

# Représentations symboliques de niveau 0 et 1



0



1

# Représentation symbolique de niveau 2

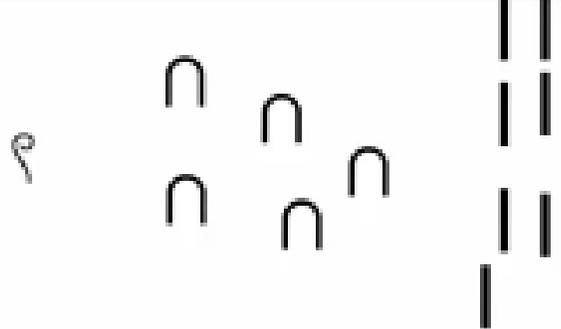



---

**Règles d'échanges**

▲ = ●●●●●●

▲▲▲▲▲ = ▲▲▲▲▲

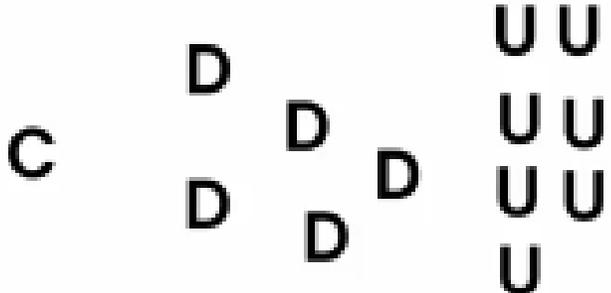



---

**Règles d'échanges**

n = |||||

∩ = ∩∩∩∩∩



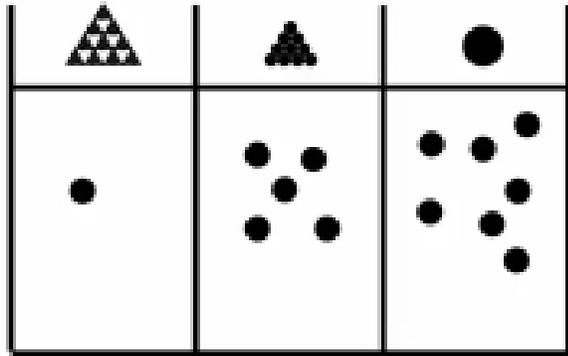

---

**Règles d'échanges**

D = UUUUUUUUUU

C = DDDDDDDDDD

# Représentations symboliques de niveau 3 à 5



un - cinq - sept

**Pas plus de neuf  
jetons par colonne**

3



un - cinq - sept

M	C	D	U
	1	0	7

un - zéro - sept

**Nécessité d'un symbole  
supplémentaire pour  
marquer l'absence : 0**

4

157  
un-cinq-sept

107  
un-zéro-sept

**Nécessité de dix  
symboles (chiffres) :  
0,1,2,3,4,5,6,7,8,9.**

5

# Autres pratiques et outils pédagogiques

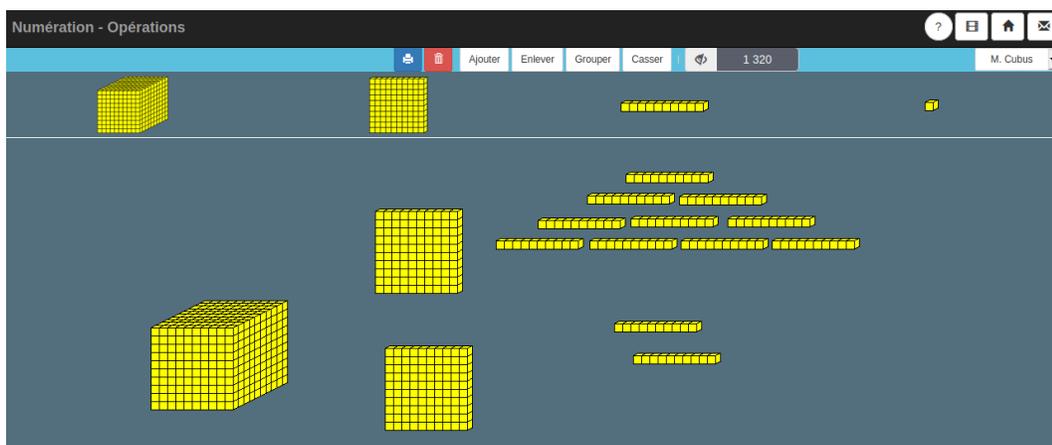


Du matériel de manipulation



Le boulrier au cycle 2

<https://www.reseau-canope.fr/bsd/sequence.aspx?bloc=885662>



# Prolongements

- Numération et calcul posé :
  - L'addition avec retenue (exemple en classe de CE1)

# Prolongements

- Numération et calcul posé :
  - L'addition avec retenue (exemple en classe de CE1)

Driss et Lucille comptent la même opération avec deux techniques différentes.

$$46+27=$$

Driss dispose du matériel de numération référent de la classe: Boîtes de 10 glands, glands isolés et boîtes vides.

Lucille dispose d'un tableau de numération dessiné au tableau.



# Prolongements

- Numération et calcul posé :
  - L'addition avec retenue (exemple en classe de CE1)

# Prolongements

- Numération et calcul posé :
  - L'addition avec retenue (exemple en classe de CE1)

Lucille observe Driss pendant qu'il compose sa nouvelle dizaine.



# Prolongements

- Numération et calcul posé :
  - L'addition avec retenue (exemple en classe de CE1)

Lucille écrit sa « retenue » après avoir observé Driss.



# Prolongements

- Numération et calcul posé :
  - L'addition avec retenue (exemple en classe de CE1)

# Prolongements

- Numération et calcul posé :
  - L'addition avec retenue (exemple en classe de CE1)

Lucille et Driss annoncent le résultat de leurs calculs.



# Prolongements

- Numération et calcul posé :
  - **cas de la soustraction** (méthode par cassage à privilégier)
- Numération et calcul mental : utilisation de la numération orale mais aussi de la numération décimale
  - × Ajout/retrait de 10, 20, 30, ... ou 100, 200, 300, ... ou encore 1000, 2000, 3000, ...
  - × Multiplication par 10, 100, 1000 : Ces calculs reviennent à faire des conversions entre unités. Par exemple calculer  $54 \times 100$  c'est chercher combien d'unités on a avec 54 centaines.  $54 \times 100 = 5400$  car  $54C = 5M4C$  (car  $50C = 5M$ , en utilisant le principe décimal), ce qui revient à dire que l'on écrit deux zéros à droite.

# PLAN

## 1. Connaissances théoriques sur la numération

- Les principes du système décimal de position
- Les deux numérations : orale et écrite

## 2. Enseignement des numérations

- Obstacles d'apprentissage
- Levier : des gestes professionnels à développer pour mener à l'abstraction
- Leviers : des pratiques à renforcer
  - 1. Les groupements
  - 2. Les relations entre les unités de numération (échanges)
  - 3. La comptine numérique
  - 4. Percevoir la suite algorithmique
  - 5. Lier numération orale et écrite

# 3/ La comptine numérique

Un autre regard sur la numération orale

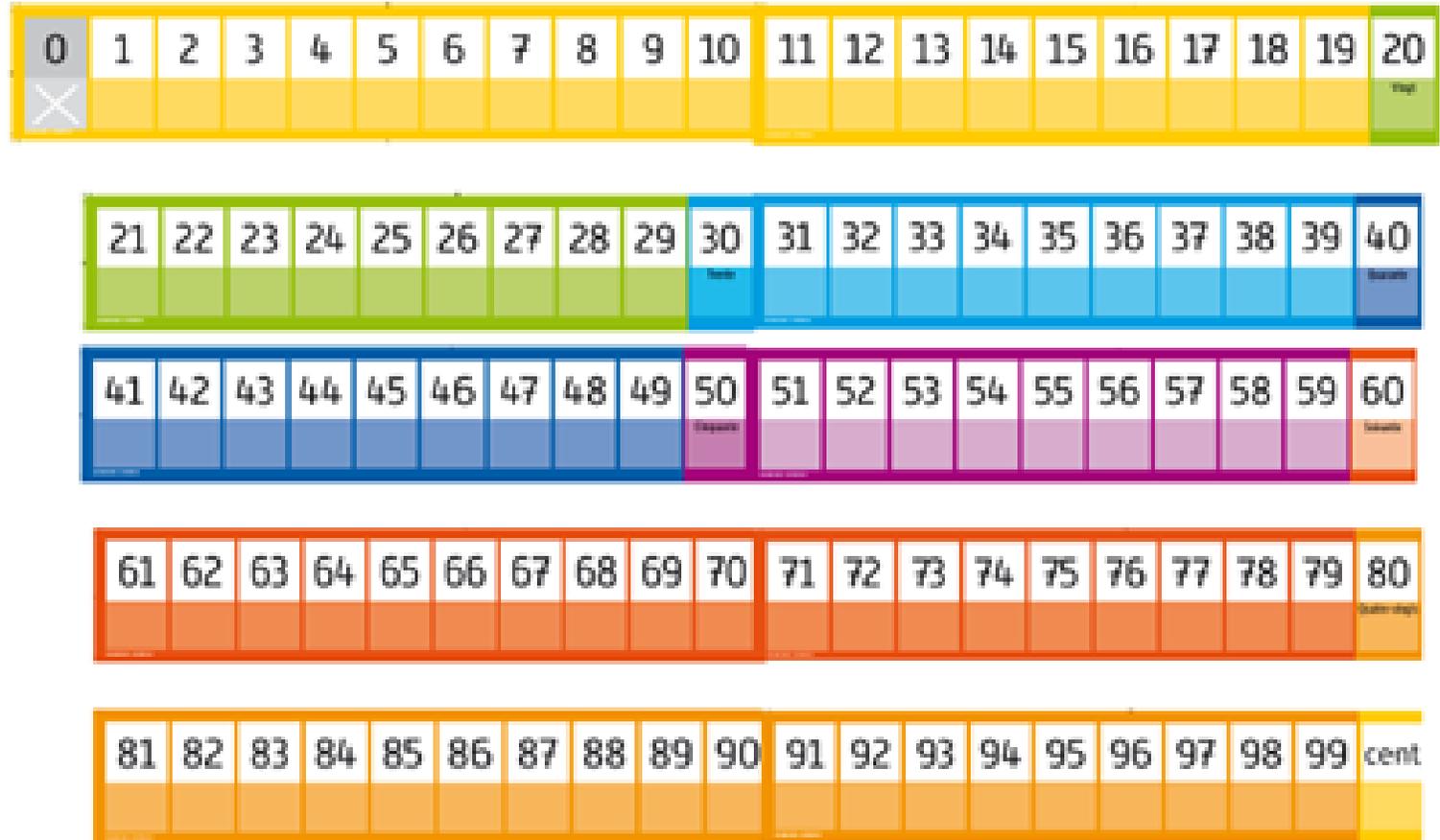
Eric MOUNIER



Insister sur les **régularités** et non sur ce qui apparaît généralement comme des irrégularités

en faisant prendre conscience aux élèves de :

- la **petite comptine** : un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf
- la **grande comptine** : un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf, dix, onze, douze, treize, quatorze, quinze, seize, dix-sept, dix-huit, dix-neuf



# Des spécificités à mettre en évidence avec les élèves...

## □ les noms des dizaines ont des constructions différentes :

- vingt, trente : des mots nouveaux
- soixante-dix a une structure additive :  $60 + 10$
- quatre-vingts a une structure multiplicative :  $4 \times 20$
- quatre-vingt-dix a une structure multiplicative et additive:  $4 \times 20 + 10$

## □ Des conseils :

- Progression : CP P2 = comptine → 30 / P3 : → 60
- Etudier simultanément les nombres de 60 à 79 pour mettre en évidence que lorsqu'on entend soixante le nombre peut aussi bien commencer par un 6 ou un 7 ;
- Idem avec les nombres de 80 à 99.

# PLAN

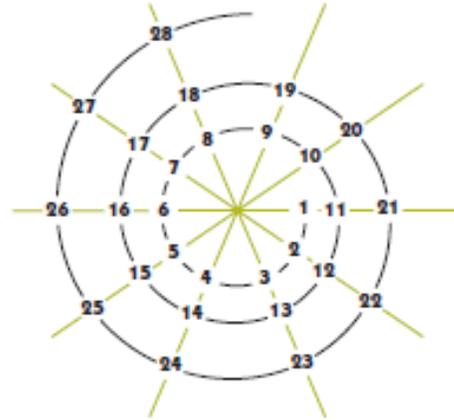
## 1. Connaissances théoriques sur la numération

- Les principes du système décimal de position
- Les deux numérations : orale et écrite

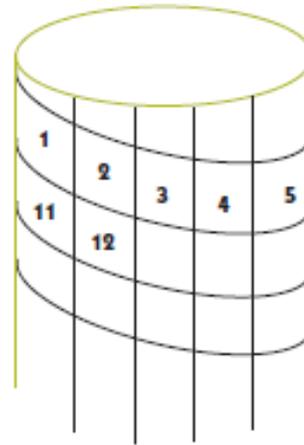
## 2. Enseignement des numérations

- Obstacles d'apprentissage
- Levier : des gestes professionnels à développer pour mener à l'abstraction
- Leviers : des pratiques à renforcer
  - 1. Les groupements
  - 2. Les relations entre les unités de numération (échanges)
  - 3. La comptine numérique
  - 4. Percevoir la suite algorithmique
  - 5. Lier numération orale et écrite

# 4/ Percevoir la suite algorithmique



dominos



rouleau  
en spirale

			1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23				

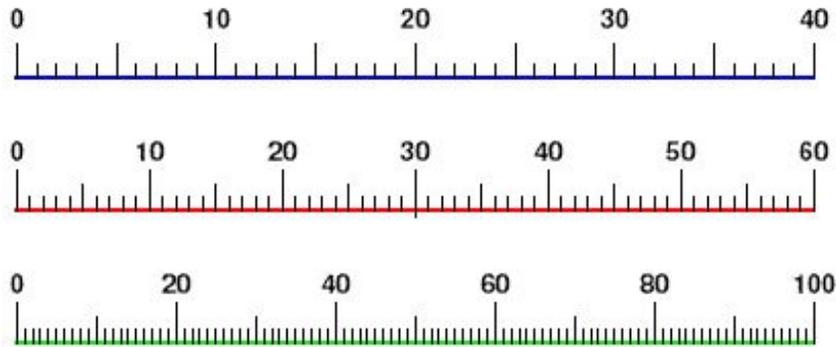
tableau rectangulaire de dix  
colonnes (remarque : la position  
de 1 est variable)

A diagram of a castle board with a grid of numbers from 0 to 98. The board has a castle-like shape with two towers on the top. The numbers are arranged in a grid, and several cells are highlighted in yellow.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Le jeu du château, Ermel CP -  
P2-P3

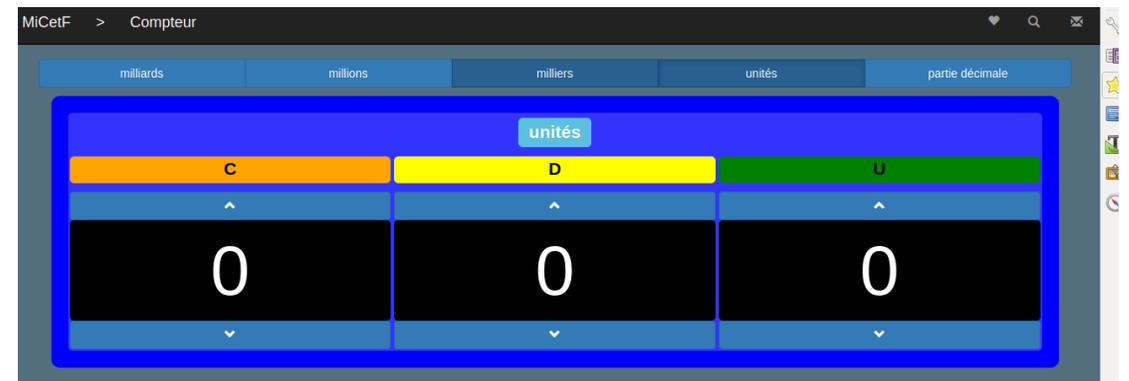
# Quelques outils pédagogiques



La demi-droite graduée



Le COMPTEUR à construire  
Ou numérique



# PLAN

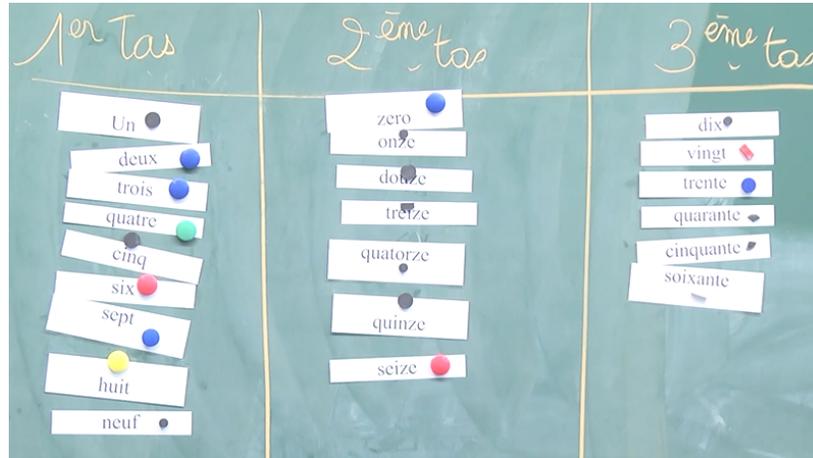
## 1. Connaissances théoriques sur la numération

- Les principes du système décimal de position
- Les deux numérations : orale et écrite

## 2. Enseignement des numérations

- Obstacles d'apprentissage
- Levier : des gestes professionnels à développer pour mener à l'abstraction
- Leviers : des pratiques à renforcer
  - 1. Les groupements
  - 2. Les relations entre les unités de numération (échanges)
  - 3. La comptine numérique
  - 4. Percevoir la suite algorithmique
  - 5. Lier numération orale et écrite

# 5/ Lier numérations orale et écrite



Des nombres en mots



Associer numération orale et numération chiffrée

- **Les deux numérations** : faire le lien via une file numérique adaptée

 <b>10</b>	 <b>20</b> Vingt	 <b>24</b>	 <b>30</b> Trente	 <b>40</b> Quarante	 <b>50</b> Cinquante
 <b>56</b>	 <b>60</b> Soixante	 <b>70</b>	 <b>80</b> Quatre-vingts	 <b>90</b>	 <b>94</b>

  
**Cent**

**Nombres jusqu'à 100 au plus tard P4 du CP**

- **Les deux numérations** : faire le lien via une file numérique adaptée



**Le matériel nécessaire pour le module « Dire/écrire »**

- Étiquettes pour la construction de la file numérique avec les élèves au fur et à mesure de l'année 🌐

1	2	3	4	5	6	7	8	9	<b>10</b>
11	12	13	14	15	16	17	18	19	<b>20</b>
21	22	23	<b>24</b>	25	26	27	28	29	<b>30</b>
31	32	33	34	35	36	37	38	39	<b>40</b>
41	42	43	44	45	46	47	48	49	<b>50</b>
51	52	53	54	55	<b>56</b>	57	58	59	<b>60</b>
61	62	63	64	65	66	67	68	69	<b>70</b>
71	72	73	74	75	76	77	78	79	<b>80</b>
81	82	83	84	85	86	87	88	89	<b>90</b>
91	92	93	<b>94</b>	95	96	97	98	99	<b>Cent</b>



**Apprendre le nombre**  
**Enseigner le nombre**

**Conclusion**

# L'essentiel à retenir

- Deux systèmes de numération : la numération écrite et la numération orale. **L'une n'est pas la version écrite de l'autre et réciproquement. Elles sont construites de manière indépendante.**
- Aborder la **numération orale plutôt au travers de ses régularités** que de ses irrégularités avec une file numérique adaptée.
- On utilise **la grande comptine** pour atteindre « vingt » puis **la petite comptine** pour atteindre « trente », ...Une fois atteint « soixante », on utilise la grande comptine pour atteindre « quatre-vingt » , -Au-delà de cent, on répète le processus
- Construire la **numération chiffrée à partir de nombres dont les noms sont inconnus des élèves.**

# L'essentiel à retenir

Les compétences relatives au **groupement** ou à **l'échange** se construisent en s'appuyant sur la **manipulation** (petits cubes « unités », barres, plaques...), **la verbalisation**, **le dessin**, **la représentation (monstration)**...

**Travail autour des groupements par 10.** Prendre le temps d'intégrer la notion avant de poser la terminologie de « dizaines ». On parle davantage de « paquets de 10, tours de 10 » : la multiplicité du matériel et de la représentation est importante (doigts, cubes, jetons, bûchettes...)

Insister sur la procédure qui porte les propriétés de la numération écrite chiffrée : organiser/coder, **pas besoin de connaître le nom du nombre ... mais le nombres de dizaines ! 15D4U . TRAVAILLER TOUTES LES DECOMPOSITIONS POSSIBLES, sans ordre**

# L'essentiel à retenir

- **En parallèle, travailler la numération de position** : la valeur de chaque chiffre dans un nombre : 64 : 6 paquets de 10 et 4 unités ou 4 unités et 6 paquets de 10 /  $10+10+10+10+10+10+4$  ou  $10+10+10+10+4+10+10\dots$
- Mettre **en relation collections / écritures chiffrées / mots-nombres**... Proposer, par exemple, un nombre écrit et demander une matérialisation ou une représentation de la collection. Idem en partant d'un nombre oralisé.
- Introduire dès le CP un travail sur les **relations entre les unités** :  $2d = 14u$   $1d = 10u$   $4u = 4u$

# Quelques points de vigilance

- Proposer des situations permettant de montrer l'intérêt de grouper ou d'échanger au risque de voir l'énumération perdurer au détriment de stratégies de calcul (cf : comparaison de deux collections).
- Il est possible d'introduire de manière explicite **les deux procédures de dénombrement** : par comptage par dizaines - de 10 en 10 //par comptage de dizaines (1,2,3). **La frise numérique** fera le lien.
- **Les problèmes numériques** :
  - ➔ Renforcement de la compréhension des numérations en faisant du lien entre le calcul « avec les noms des nombres » (calcul mental) et celui « avec les chiffres » (calcul posé)
  - ➔ En s'appuyant ou non sur les matériels de numération / ou modélisation

# En prolongement : distanciel (3h00) :

- Concevoir une séance (**trame de séance**)
    - la relation entre les unités de numération
    - le lien entre les numérations orales et écrites
  - Analyser les programmations de votre manuels au regard des repères annuels de progression et recommandations (**grille d'analyse**)
  - Faire évoluer les rituels
- ✓Suivi possible par le formateur
- ✓Ressources dans le tribu dont lien vers un PADLET :  
[https://padlet.com/dominique\\_herisse/i4lqxywycnqt1o27w](https://padlet.com/dominique_herisse/i4lqxywycnqt1o27w)
- ✓Bilan par courriel avant 5/07 (mailto:dominique.herisse@ac-grenoble.fr)

**Pour conclure :**

**Un QCM (10 questions)**

<https://framaforms.org/numeration-en-cycle-2-romans-isere-apres-visioconference-1622799213>

Nouvelle prise de vos représentations