COMPRENDRE LES PREMIERS NOMBRES :
COMPTAGE ET / OU DÉCOMPOSITION

Petite histoire et statut du comptage à l'école

L'école primaire de la 3ème république bannit le comptage. « Remuer des collections de « n » jetons ne conduit pas à comprendre le nombre n ». L'usage des collections n'est pas préconisé.

Le comptage est réhabilité suite aux travaux d'ERMEL 1 puis ERMEL 2 dans les années 1985-86

PIAGET années 50 : comprendre le nombre, c'est découvrir les propriétés de ce nombre.

Repères actuels

Une constante chez les élèves en difficultés : ils n'ont qu'une manière de faire (un calcul par exemple) et n'en changent pas. En général il s'agit d'une procédure automatisée basique, coûteuse en énergie.

BRISSIAUD : Comprendre en maths c'est savoir qu'on peut adopter des stratégies diverses pour répondre à une question donnée. « On peut faire comme ça, mais aussi comme ça ».

Par exemple : comprendre la soustraction c'est d'abord comprendre ses trois sens principaux : le reste / le complément / l'écart
Pour évaluer la compréhension de la soustraction chez un CE2 en début d'année, un test possible de calcul mental réfléchi :

1. *Demander à l'élève de calculer : 102 – 6. Il y a une forte probabilité qu'il le fasse par retrait successif en passant par 100, en utilisant « son fil numérique mental » Une autre possibilité plus évoluée serait de partir de 100 soit 100 – 6 + 2.*
2. *Demander à ce même élève de calculer 102 – 94. Dans ce cas la stratégie des retraits successifs est très risquée. Elle va conduire à l'erreur. Cet élève est-il capable d'adopter la seule stratégie réaliste qui consiste à passer par le complément : 94 +… = 102*

Bruno SUCHAUT (Professeur en Sciences de l'Education à l'Université de Bourgogne/ sociologie de l'école) a cherché à savoir si dans nos évaluations de CE2 un test permettrait d'établir une corrélation directe avec la réussite en maths pour un élève de cycle 3 ?
Réponse après la conduite d'une recherche : le calcul mental. Il existe une corrélation directe entre la capacité à utiliser des stratégies diverses et l'appropriation du sens des calculs.
Un élève qui a de bonnes bases en calcul mental devrait être en réussite au cycle 3 en mathématique.
Attention aux élèves qui sont capables de comptage et qui leurrent l'enseignant quant à leurs capacités de compréhension des nombres.

La question du comptage

Exemple : les deux chemins pour parvenir à calculer la somme 4 + 3

1. *Constituer la collection « 4 » puis la collection « 3 », regrouper les 2 collections et totaliser*
2. *Le surcomptage : repérer le 4 dans son fil numérique mental (ou sur une suite numérique réelle) et avancer de 3.*

La solution du surcomptage est enseignée de manière systématique aux USA alors qu'elle est absente des manuels de pédagogie au Japon et en Chine. Des résultats d'études sur des nombres importants d'élèves de fin de première année d'école (= au CP) testés sur des calculs de sommes simples, donnent les résultats suivants :

- Aux USA 65% des élèves adoptent le surcomptage, verbal ou sur les doigts.
- En chine 96 % ont adopté une procédure automatisée voire mémorisée qui relève de la décomposition.

<u>Etude réalisée en Chine et aux USA avec des additions simples :</u>

	USA	Chine
Donne la réponse d'emblée	28 %	86 %
A recours à une décomposition	28 %	10 %
Comptage verbal	28 %	4 %
Compte sur les doigts	37 %	0 %

C'est l'usage massif de décompositions qui explique cette avance asiatique.
Cette procédure mentale maîtrisée en avance par les petits chinois sera conservée tout au long de la scolarité. Ils auront aussi découvert le surcomptage sans qu'il soit enseigné et l'auront vite dépassé. Cependant la technique du surcomptage n'est pas à bannir. C'est une étape qui témoigne de progrès réalisés par un élève de CP donné dans les stratégies adoptées pour faire la somme de deux naturels inférieurs à 10. L'élève de cycle 2 ne doit pas rester longtemps à cette étape. L'enseignant de cycle 2 ne doit pas la privilégier.

<u>Autre problème</u> :
La comptine numérique est une suite langagière que les enfants connaissent par cœur sans qu'elle renvoie nécessairement aux bonnes données numériques. Pour mieux comprendre, prenons l'exemple d'une autre suite langagière connue de tous : l'alphabet, et répondons à ces questions simples :

- « Blanche-Neige a-t-elle plus ou moins que H nains ? » ou « Combien font J plus Q ? » ou « R est-il plus petit que 16 ? »
- Connaître le 7, ce n'est pas savoir compter jusqu'à 7, c'est savoir que 7 c'est 4 + 3 ou 5 + 2 ou 6 + 1 ou 9 – 2 ….

Ces relations numériques vont s'activer dans le cerveau de l'enfant qui « va bien ». Pour un enfant en difficulté par contre, quand il entend « 7 », rien ne lui vient (comme nous avec le « H ») et il doit redire la comptine.
La stratégie basique adoptée pendant longtemps par la plupart des élèves (quand on ne leur en explique pas d'autres) consiste à recompter les deux collections puis à faire du comptage à l'aide des doigts l'ensemble de la nouvelle collection en repartant de 1.

Calcul et comptage avec les doigts

On nomme comptage avec les doigts la stratégie qui consiste à utiliser ses doigts pour faire la suite numérique.

Le calcul avec les doigts peut relever de stratégies très élaborées qui utilisent les propriétés du 5 et du 10. Ces stratégies normalisées sont très utilisées et enseignées aux élèves sourds.
Il s'agit de distinguer les configurations de doigts (qui représente une image du nombre) et les collections de doigts substituables les uns aux autres. Un doigt quelconque représente l'unité. Se méfier du pouce, plus petit que les autres…

Quelle stratégie privilégier ? « Pédagogue compteur ou calculateur » ?

Un postulat de départ : le comptage ne permet pas d'accéder au concept de quantité. En d'autres termes le naturel 8 reconnu dans la suite numérique par un élève ne signifie pas que celui ci associe une collection de huit jetons à ce naturel. En tant qu'enseignant dans les petites classes, il est très important de distinguer :

- **une collection donnée**
- **le naturel cardinal qui la représente**
- **l'ordinal de la suite des nombres**
- **le mot nombre correspondant**

Au CP les stratégies à privilégier relèvent de la décomposition des nombres en donnant une place toute spécifique au 5 et au 10. Par exemple, il s'agit de jouer (travailler) pendant de nombreuses séances à décomposer/recomposer/ échanger les naturels inférieurs à 10.

8 est égal à 5 + 3 et aussi à 3 + 5 mais aussi à 4 + 4, à 6 + 2, à 2 + 6, à 7 + 1 etc…

Si la stratégie de surcomptage peut être tolérée pendant un temps, on peut attendre d'un élève de fin de CP la mémorisation de ces sommes simples des naturels inférieurs à 10, dont celles qui font 10.

Attention au recours systématique à la bande numérique installée en haut du tableau, qui va devenir, par sa position, la référence et va gêner l'élève pour aller vers d'autres procédures. Installer cette bande dans le fond de la classe ou dans le dos des élèves peut être une solution.

Les pratiques à mettre en œuvre en maternelle avec les Petites Sections

Un objectif acceptable : faire comprendre les 4 premiers naturels : 1, 2, 3, 4.

L'entrée par la suite oralisée des nombres est une erreur. Le comptage ne permet pas d'accéder facilement au concept de quantité.

- Sur la base du dialogue avec l'élève en utilisant des injonctions du type :
  « Donne moi deux jetons, c'est à dire un et encore un ».
  « Donne moi un crayon et un crayon et encore un crayon ce qui fait trois crayons ».

On peut utiliser les doigts (sans le pouce) pour confirmer la quantité mais le cardinal n'est pas présenté

- Sur des images ou on peut voir 3 camions / 2 ballons / 1 poule
  Demander à l'élève ce qui fait trois, ce qui fait deux
  Attention à la question « combien y a-t-il ? »
- Puis varier les contextes, associer les points du dé à jouer
- Enfin quand la quantité est maîtrisée de manière certaine, on lui associe le cardinal.
- Le rituel de l'appel des élèves: préférer le pointage des absents, moins nombreux, dont la quantité reste compréhensible par des enfants de 4 ans.

→ *Voir « Premiers pas vers les maths » R. BRISSIAUD*

En maternelle, avec les Moyennes Sections

- Structurer de la même manière le 5, le 6, le 7, le 8
- Apprendre la suite des nombres.
- Aborder les premiers dénombrements de collections quand on est sûr que les premiers nombres sont compris au sens mathématique du terme. Le comptage devient envisageable (sans être une priorité) en associant comptage et quantité. Par exemple pour une collection de trois cubes, l'enseignant dira : un cube en déplaçant le premier, deux cubes en déplaçant le second, trois cubes en déplaçant le troisième et on ajoute « ça fait en tout trois cubes ».

Sur la base des notes de : Sylvie GUFFOND / Gilles SEGAY / Pascal KIEFFER

- Avec le comptage des absents, faire chercher les différentes possibilités : combien de filles/ combien de garçons/ combien en tout…

Au CP, quelques principes pour construire les nombres

- Organiser des collections en fonction des points du Dé. Donner une place privilégiée au 5 tout en vérifiant que l'élève reconnaît bien la quantité et pas seulement l'image du dé.
- Choisir des outils qui permettent la construction d'images mentales des nombres (comme les boîtes de Pic Bille)
- Connaître un naturel comme le 8 veut dire : connaître toutes ses décompositions : 7+1/ 6+2/5+3/4+4 et aussi 10-2/9-1
- Un repère : pour un élève en difficulté le 8 n'évoque que ce nombre de la suite et pas la quantité qui lui correspond.

Au cycle 2 pour la soustraction

- Se limiter à faire associer la soustraction à un recul sur la suite des nombres est une hérésie !
- Il est impératif d'aborder les autres sens de la soustraction. Par exemple avec les naturels inférieurs à 10, il faut associer les écritures comme 6 – 2 = 4 à 4 + ... = 6, etc.
  Cependant, faut-il enseigner l'addition à trou comme un modèle systématique de résolution des problèmes de complémentarité ? En le faisant, l'enseignant permet à certains élèves d'adopter une stratégie à l'économie qui ne les oblige pas à comprendre l'idée de soustraire.

Quelques remarques à propos de notre système de numération orale et tous ses pièges

Dans les langues asiatiques, on dit : « …, neuf, dix, dix-un, dix-deux, …dix-neuf, deux-dix,… ». Il n'y a pas l'irrégularité des « onze, douze, treize, … ni des soixante dix, quatre vingt…»
La régularité langagière favorise l'accès à la compréhension par l'action, par la décomposition. Nous n'avons pas cette régularité en Français, c'est donc à la pédagogie de compenser.

La question du UN, à la fois article indéfini et cardinal ! De quoi parle-t-on quand on dit **un** chat ?
En anglais la question ne se pose pas. On dira « one cat » si la question est de dénombrer et « a cat » pour désigner un chat parmi d'autres.

En Anglais, le pluriel est sonore. Entre « There is one cat » et « There **are** three cat**s** », il y a deux différences sonores (le verbe et la marque du pluriel). De ce fait, le jeune enfant perçoit assez tôt que le mot « three » renvoie à une pluralité. En Français, pas de différences sonores entre « Il y a un chat » et « Il y a trois chats ».