Exercice 1

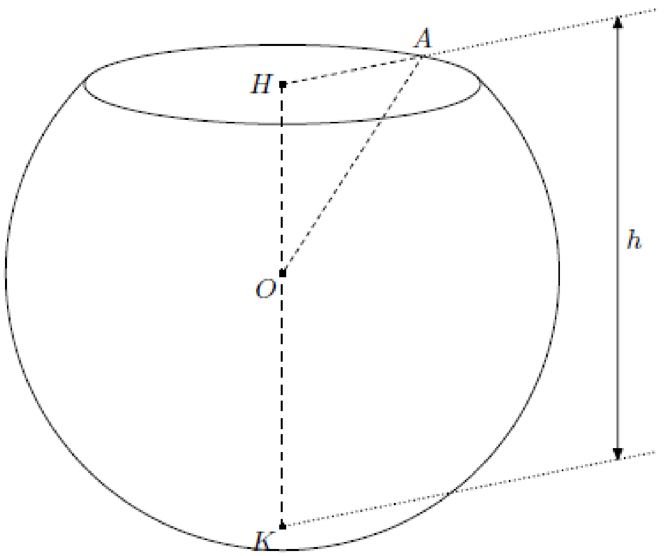
Donner les formules suivantes :

$\mathcal{P}_{\mathscr{C}}$: le périmètre d'un cercle.
$\mathcal{A}_{\mathscr{D}}$: l'aire du disque.
$\mathcal{A}_{\mathscr{S}}$: l'aire d'une sphère.
$\mathcal{V}_{\mathscr{B}}$: le volume d'une boule.

où chacun des objets a un rayon de $r\,cm$.

Exercice 2

Une calotte sphérique est un solide obtenu en sectionnant une sphère par un plan.
Un doseur : de lessive liquide, représenté ci-dessous, a la forme d'une calotte sphérique de centre O, de rayon $R = OA = 4{,}5\,cm$.
L'ouverture de ce récipient est délimitée par le cercle de centre H et de rayon $HA = 2{,}7\,cm$. La hauteur totale de ce doseur est HK.



1. Dessiner en vraie grandeur le triangle AHO.

2. Calculer OH en justifiant puis en déduire que la hauteur totale HK du doseur mesure exactement $8{,}1\,cm$.

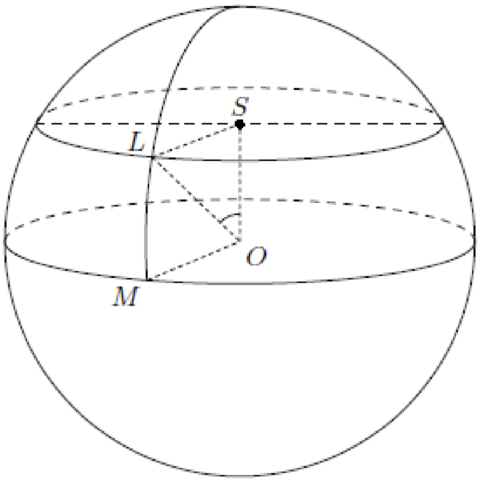
3. Le volume $\mathcal{V}$ d'une calotte sphérique de rayoon R et de hauteur h est donné par la formule :

$$\mathscr{V} = \frac{1}{3}\pi h^2(3R - h)$$

Calculer en fonction de π le volume exact du doseur en cm^3.
En déduire la capacité totale arrondie au millilitre du doseur.

Exercice 3

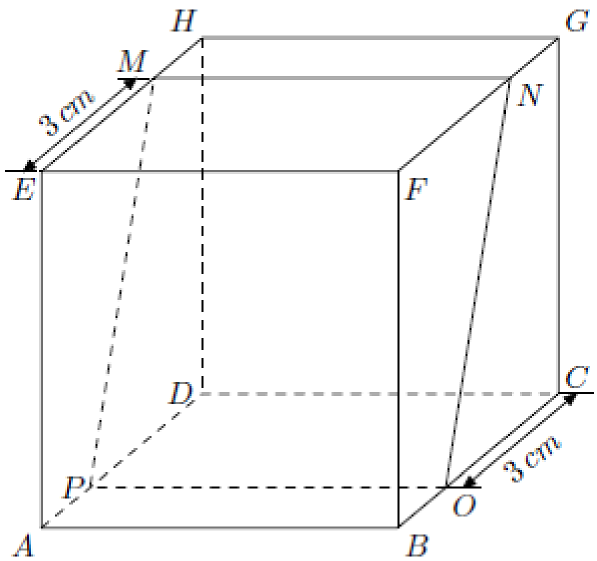
Le dessin ci-dessous représente la Terre qui est assimilée à une sphère de $6\,370\,km$ de rayon. Le cercle de centre O passant par M représente l'équateur. Le point L représente la ville de Londres. L est situé sur la sphère et sur le cercle de centre S *(voir figure)*. On admettra que l'angle $\widehat{LSO}$ est un angle droit. On donne $OS = 4\,880\,km$.



1. Calculer SL au kilomètre près.
2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{SOL}$ et arrondir au degré près.
3. En déduire au degré près la lattitude Nord de Londres par rapport à l'équateur, c'est à dire l'angle $\widehat{LOM}$.

Exercice 4

Dans l'espace, on considère le cube $ABCDEFGH$ d'arrête $5\,cm$; on effectue une coupe parallèlement à l'arrête $[AB]$ pour obtenir la section $MNOP$:



1. Donner la valeur exacte du segment MP.
2. Dessiner en vraie grandeur la section $MNOP$.

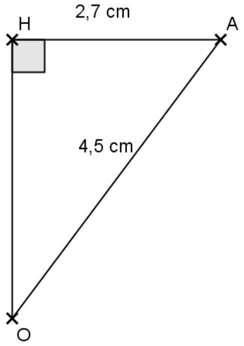
Corrigé

Exercice 1 :

Périmètre d'un cercle = $2\pi r$; Aire du disque = πr^2 ;

Aire sphère = $4\pi r^2$; Volume boule = $\frac{4}{3}\pi r^3$

Exercice 2 :



2) On applique le théorème de Pythagore dans le triangle OHA, rectangle en H : $OA^2= OH^2+HA^2$ donc $4,5^2=OH^2+2,7^2$ donc $OH^2=20,25-7,29=12,96$

Et $OH=\sqrt{12,96}=3,6$ cm

Donc la hauteur HK de la calotte sphérique est KO+OH=4,5+3,6=8,1 cm

3) On applique la formule donnée et on calcule :

$V = \frac{1}{3}\pi \times 8,1^2(3 \times 4,5 - 8,1) = \frac{8,1^2}{3} \times 5,4 \times \pi = 118,098\pi\ cm^3$

On sait que $1\ dm^3 = 1\ L \quad donc \quad 1\ cm^3 = 1\ mL$

Et donc le doseur contient environ 118 mL de lessive.

Exercice 3 :

1) On applique le théorème de Pythagore dans le triangle OSL, rectangle en S :

$OL^2=OS^2+SL^2$ donc $6370^2=4880^2+SL^2$ donc $SL^2=6370^2-4880^2=16\ 762\ 500$

Donc SL= $\sqrt{16\ 762\ 500} \approx 4094\ km$

2) On applique le cosinus dans le même triangle rectangle :

$\cos(\widehat{SOL}) = \frac{OS}{OL} = \frac{4880}{6370}$ on utilise la touche $\boxed{cos^{-1}}$ et on trouve

$\widehat{SOL} \approx 40°$

3) $\widehat{LOM} = 90 - 40 = 50$ et donc la latitude nord de Londres est d'environ 50°

Exercice 4 :

1) MP représente l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit sont 5cm et 1 cm (voir le schéma, EM= 3 cm et AP= 2 cm)

On applique le théorème de Pythagore et on trouve que MP=$\sqrt{26}\ cm$

2) La section MNOP est un rectangle de dimensions 5cm et $\sqrt{26} \approx 5\ cm$ donc c'est presque un carré