

Solution de l'énigme 1 (Collège 2)

La somme des neuf nombres est $1 + 2 + \dots + 9 = 45$. Appelons les nombres dans le tableau comme dans la figure ci-dessous. Alors la moyenne des nombres dans chaque ligne et colonne doit être égale à i .

a	d		
b	e	g	i
c	f	h	

Comme les colonnes ont la même moyenne on a

$$\text{On a alors } a + b + c = d + e + f = \frac{3}{2}(g + h) = 3i.$$

$$\begin{aligned} i &= 45 - (a + b + c + d + e + f + g + h) \\ &= 45 - (3i + 3i + 2i) \\ &= 45 - 8i, \end{aligned}$$

d'où $i = 5$. Il nous faut donc deux triplets de nombres (a, b, c) et (d, e, f) disjoints et tels que, pour chaque triplet, la somme de ses éléments soit égale à $3i = 15$. Donc (a, b, c) et (d, e, f) sont égaux à $(9, 4, 2)$ et $(8, 6, 1)$ dans un certain ordre. Avec ceci nous pouvons remplir le tableau :

9	1		
2	6	7	5
4	8	3	

Cette solution n'est pas unique.

Solution de l'énigme 2 (Collège 2)

La réponse est $10^{999999999}$.

Comme le plus petit entier positif de 2 chiffres est 10, on obtient que la plus petite valeur de a est 10. Donc la plus petite valeur de b est 10^9 et la plus petite valeur de c est $10^{10^9-1} = 10^{999999999}$.

Solution de l'énigme 3 (Collège 2)

La réponse est 2 chevaliers.

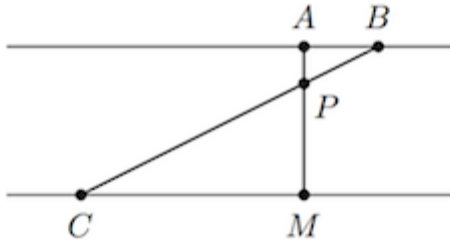
Supposons que Louis est un artisan. Dans ce cas, Paul est chevalier, et il dit la vérité : il est donc le seul chevalier parmi les quatre. Mais alors, Charles dit la vérité et doit être chevalier, ce qui est impossible.

Donc notre supposition était fautive, et Louis doit être chevalier. Dans ce cas, Paul est un artisan, donc Pierre ment. Pierre est artisan, et par conséquent Charles dit la vérité : il est chevalier. Il y a donc deux chevaliers : Louis et Charles.

Solution de l'énigme 4 (Collège 2)

La réponse est 18 km/h.

Soient P le point où se trouve le poteau, A la projection perpendiculaire de P sur le chemin où voyage Anne et M la projection perpendiculaire de P sur le sentier où roule Marc.



Donc, $AP = 3$ km et $PM = 9$ km. Or, quand Anne est sur A , Marc doit être sur le point M , puisque ils sont toujours alignés avec le poteau. Après une heure, Anne se trouve au point B sur la route tel que $AB = 6$ km et Marc se trouve au point C sur la voie parallèle. Pour savoir à quelle vitesse Marc circule, il suffit de savoir combien mesure CM . Observons que les triangles APB et MPC sont semblables, donc en appliquant le théorème de Thalès, $PM/AP = CM/AB$, ce qui veut dire,

$$CM = PM \times AB / AP = 9 \times 6 / 3 = 18 \text{ km.}$$

Ainsi, après une heure, Marc a effectué 18 km, ce qui implique que sa vitesse est de 18 km/h.

Corrigé de l'énigme 5 (Collège 2)

La réponse est $ab = 6$.

Comme $a^2 = 6b + 5ab$ et $b^2 = 6a + 5ab$, on a alors

$$a^2 - b^2 = 6(b - a)$$

$$(a - b)(a + b) = 6(b - a)$$

$$(a - b)(a + b + 6) = 0.$$

Comme $a \neq b$, on a $a + b + 6 = 0$, d'où $a + b = -6$. Ensuite, en élevant au carré on obtient $a^2 + b^2 + 2ab = 36$, donc $a^2 + b^2 = 36 - 2ab$. Toutefois, en additionnant les équations originales on a alors $a^2 + b^2 = 6(a + b) + 10ab$, donc

$$36 - 2ab = -36 + 10ab$$

$$72 = 12ab$$

$$6 = ab.$$